КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра теоретической механики

СТАТИКА

Задания и методические указания
к выполнению курсовой работы
по теоретической механике
для студентов специальностей
270102, 270106, 270109, 270112 , 270114, 270115,
270205, 270201,050501

КАЗАНЬ
2007

Составители: Ф.Г. Шигабутдинов, О.В. Алексеева,
А.Г. Галиуллин, Т.К. Хамитов.
Под редакцией Ф.Г. Шигабутдинова

УДК 531.8

Статика. Задания и методические указания к выполнению курсовой работы по теоретической механике для студентов специальностей 270102, 270106, 270109, 270112, 270114, 270115, 270205, 270201, 050501/ Казанский государственный архитектурно - строительный университет; Ф.Г. Шигабутдинов, О.В. Алексеева, А.Г. Галиуллин, Т.К. Хамитов. Казань: 2007 . - 44 с.

Методические указания предназначены для выполнения заданий С1, С2, С3, С4 курсовой работы по статике курса «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА» студентами всех специальностей дневной и заочной форм обучения.

Табл.5, илл.125, библиогр. 13 назв.

Рецензенты: Профессор кафедры «Сопротивление материалов и основы теории упругости» КГАСУ, д. ф.- м. наук,
профессор Ю.И. Бутенко
Профессор кафедры «Моделирование экологических систем» КГУ, д. т. наук,
профессор В.Ф. Шарафутдинов

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ И ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ

Курс теоретической механики традиционно состоит из трех взаимосвязанных частей: СТАТИКА, КИНЕМАТИКА, ДИНАМИКА.

Для выполнения курсовых работ кафедрой подготовлены три методических указания: по статике, по кинематике и по динамике. По статике программой курса предусмотрено выполнения четырех заданий, условно названных С1, С2, С3, С4, которые объединяются в первую курсовую работу студентов дневной формы обучения или в первую контрольную работу студентов заочной формы обучения. В настоящих методических указаниях приведены данные и минимально необходимые сведения из теории для выполнения заданий по статике.

В каждом задании необходимо произвести расчет по одной из заданных схем. Номер схемы определяется первым двузначным числом шифра, который, например, может быть записан так: 28-4852. Данные для расчета (значения действующих сил, геометрические размеры и т.д.) выбираются из таблиц, имеющих десять строк и несколько столбцов, обозначенных буквами русского алфавита (А,Б,В,Г) по второй четырехзначной части шифра. Студентам дневной формы обучения шифр выдается преподавателем, ведущим практические занятия.

Студенты заочной формы обучения формируют шифр по двум последним цифрам номера зачетной книжки, как описано ниже.

Двузначная часть шифра совпадает с порядковым номером первой буквы в фамилии студента (таб.1). Четырехзначная часть шифра строится двукратной записью последних двух цифр в номере зачетной книжки студента. Например, студент Ибрагимов, номер зачетной книжки которого оканчивается числом 28, будет иметь шифр 09-2828. Здесь число 9-порядковый номер буквы “И” в таблице 1. Студенту, номер зачетной

книжки которого оканчивается цифрами 00, определяется четырехзначная часть шифра в виде числа 4852.

Таблица 1

Буквы	А	Б	В	Г	Д	Е,Ё	Ж	З	И,Й	К	Л	М	Н	О
№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Буквы	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Э	Ю	Я
№ п/п	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

Выбор схемы и формирование списка данных для расчета видны из приведенного примера. Пусть определен шифр 28-4852. Следовательно, для расчета нужно взять 28-ю схему (стр. 14, 25, 33, 42).

Запишем теперь строго под цифрами четырехзначной части шифра буквы:

4 8 5 2
А Б В Г

Тогда из четвертой строки соответствующей таблицы надо взять числа, состоящие в колонке А, из восьмой строки - числа, стоящие в колонке Б, из пятой строки – числа, стоящие в колонке В, а из второй строки – числа, стоящие в колонке Г. Например, для выполнения задания С1 студенту, имеющему данный шифр, нужно будет вести расчет при следующих данных (табл.2, стр.15):

$P = 16$ кН; $F_1 = 25$ кН; $F_3 = 65$ кН; $\alpha = 45^\circ$;

$q = 2{,}4$ кН/м; $M = 9{,}0$ кН·м; $a = 0{,}6$ м; $b = 0{,}8$ м.

Выполненные работы принимаются последовательно, т.е. после сдачи предыдущих. При сдаче задания студент обязан предъявить работу в оформленном виде, ответить на вопросы теории, использованной при расчете, и показать умение решать задачи по данному разделу курса. Работа оформляется в виде расчетно-пояснительной записки на листах форматом $A4$. Графическая часть расчета выполняется в виде чертежей на листах форматом $A4$ или производных форматов $A4 \times n$ и брошюруется совместно с текстовой частью или в виде приложения в конце пояснительной записки *. Работы, выполненные с нарушением указанных требований, к защите не принимаются.

*Студенты заочной формы обучения оформляют работы в тетрадях.

ОБЩИЕ ДЛЯ ВСЕХ ЗАДАНИЙ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОРЯДКУ РАСЧЕТА И ОФОРМЛЕНИЮ ИХ РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Курсовая работа по статике состоит из четырех заданий, которые оформляются в общей обложке или вкладываются в папку. Первый лист или два – «Введение». Здесь, пользуясь литературой и лекциями, надо ответить на вопрос «Что изучает статика?» и дать определения абсолютно твердого тела, силы, системы сил, эквивалентных систем сил, равнодействующей силы и уравновешивающей силы, классификацию систем сил и описать две основные задачи прикладной статики. Здесь же формулируются аксиомы статики.

2. Каждое из четырех заданий начинается с нового листа. В верхней части листа пишется: например, Задание С1 и далее название. На этом же листе ниже дается постановка задачи и цель работы. Изобразите закрепленное тело (конструкцию), равновесие которого вам предложено изучить, со всеми действующими на него активными сосредоточенными силами, распределенными силами и парами сил, взятыми из условия задачи по Вашему шифру. Аккуратно изобразите все связи, наложенные на тело, нанесите все размеры отдельных частей конструкции, стараясь изображать тело так, чтобы отдельные части его соответствовали заданным геометрическим размерам. Другими словами, для Вашей же пользы, рисунок выполняйте в масштабе. Под рисунком выпишите значения заданных величин. По возможности на этом же листе приведите письменную постановку задачи. Это можно сделать и выше рисунка, и ниже рисунка. Если текст и рисунок на одном листе не умещаются, рисунок можно представить отдельно на следующем листе.

Примечание: Никаких дополнительных элементов наносить на исходный рисунок в ходе решения нельзя.

3. После постановки задачи кратко на одном листе изложите теорию, относящуюся к решаемой задаче

4. В пояснительной записке решение начинается с нового листа и со слова «Решение».

Заново изобразите на рисунке твердое тело, равновесие которого надо рассмотреть для определения искомых величин, и задаваемые силы. При этом распределенные силы надо показать здесь через их равнодействующие. Действие груза надо показать через его силу тяжести $\overline{P}$. Введите на рисунке систему координат, в которой будут составлены уравнения равновесия. Используя принцип освобождаемости от связей, мысленно отбросьте связи, наложенные на тело, и замените их действие соответствующими силами реакций. Если направление последних до решения задачи не известно, то следует разложить эти силы реакций на составляющие, параллельные осям выбранной системы координат, направляя их в положительном направлении выбранных Вами осей. В итоге Вы получите рисунок, которым можете распоряжаться по собственному усмотрению, например, наносить дополнительные размеры, полученные в ходе решения задачи, вводить обозначения для точек тела и т.п. Вы можете в стороне повторять отдельные фрагменты этого рисунка, чтобы не нарушать его «читабельности». В разделе «Решение» Вы полный хозяин.

5. Составьте уравнения равновесия твердого тела, находящегося под действием заданных сил и реакций связей. Свои действия обязательно сопровождайте письменными пояснениями.

6. Решите систему уравнений равновесия относительно неизвестных сил реакций связей и проверьте решение.

Задание № 1 (С1).

РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Цель работы: Изучить равновесие абсолютно твердого тела под действием плоской системы сил. Закрепить знания об основных формах условий равновесия, связях и их реакциях, получить навыки в составлении уравнений равновесия для плоской системы сил.

Постановка задачи. Абсолютно жесткая плоская рама (рис. 1-28 на стр. 11-14) закреплена на одном конце при помощи шарнирной неподвижной опоры, а на другом конце прикреплена к невесомому стержню с шарнирами по концам или к шарнирной опоре на катках (подвижный шарнир). В некоторой точке к раме привязан трос, перекинутый через блок, и несущий на конце груз P. Все действующие на раму нагрузки показаны на соответствующих рисунках. Значения нагрузок и геометрические размеры рамы приведены в таблице 2 на стр.15. Пренебрегая силами сопротивления в блоке, определить реакции связей в опорных закреплениях (реакции опор).

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

К решению поставленной задачи можно приступить, изучив методы решения задач на равновесие абсолютно твердого тела под действием произвольной плоской системы сил (например, [1]: §§ 14, 15, 16, 17; [4] : §3; [5]: §2 и др.).

Для равновесия указанной системы сил, приложенной к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы главный вектор $\overline{R}$ и главный алгебраический момент M_O произвольной плоской системы сил относительно произвольного центра O, лежащего в плоскости действия этих сил, были равны нулю, т.е.

$$\overline{R} = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k = 0, \qquad (1)$$

$$M_O = \sum_{k=1}^{n} m_O\left(\overline{F}_k\right) = 0 \qquad (2)$$

Систему условий равновесия можно назвать смешанной системой условий равновесия произвольной плоской системы сил, так как первое из

них – геометрическое (там речь идет о сложении векторов), а второе алгебраическое (там речь идет об алгебраическом сложении чисел).

Смешанной системе условий равновесия (1), (2) соответствуют три аналитические формы условий равновесия:

а) Первая (основная) форма аналитических условий равновесия.

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum m_O\left(\overline{F}_k\right) = 0. \qquad (3)$$

б) Вторая форма аналитических условий равновесия.

$$\sum m_A\left(\overline{F}_k\right) = 0,\ \sum m_B\left(\overline{F}_k\right) = 0,\ \sum F_{kx} = 0. \qquad (4)$$

Здесь A и B – два произвольных равноправных центра, лежащих в плоскости действия сил, которые выбираются так, чтобы прямая, мысленно проведенная через эти точки, не была перпендикулярна к выбранной Вами оси Ox.

в) Третья форма аналитических условий равновесия.

$$\sum m_A\left(\overline{F}_k\right) = 0,\ \sum m_B\left(\overline{F}_k\right) = 0,\ \sum m_C\left(\overline{F}_k\right) = 0. \qquad (5)$$

Здесь A, B, C – три произвольных равноправных центра, лежащих в плоскости действия сил, которые выбираются так, чтобы они не лежали на одной прямой.

Еще раз отметим, произвольная плоская система сил будет эквивалентна нулю, а твердое тело под действием этой системы сил будет находиться в равновесии (в покое) тогда и только тогда, когда выполняются условия (1), (2) или любая тройка условий (3)- (5) .

Силы $\overline{F}_k$, действующие под некоторым углом к осям координат, удобно предварительно разложить на составляющие $\overline{F}_{kx}$ и $\overline{F}_{ky}$, параллельные осям координат, и при вычислении алгебраического момента силы $\overline{F}_k$ относительно некоторого центра воспользоваться теоремой Вариньона:

$$m_O\left(\overline{F}_k\right) = m_O\left(\overline{F}_{kx}\right) + m_O\left(\overline{F}_{ky}\right) \qquad (6)$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ И САМОКОНТРОЛЯ

1. Сформулируйте принцип освобождаемости связей.
2. Перечислите основные виды связей, покажите на рисунках их реакции.
3. Что называется проекцией силы на ось? Перечислите её свойства.
4. Какая система сил называется плоской системой сил?
5. Какая система сил называется произвольной плоской системой сил, плоской системой сходящихся сил, плоской системой параллельных сил?
6. Дайте определение векторного момента силы относительно центра.
7. Перечислите свойства векторного момента силы относительно центра.
8. Дайте определение алгебраического момента силы относительно центра.
9. Что называется плечом силы относительно центра?
10. Как определяется знак алгебраического момента силы относительно центра?
11. Запишите условия равновесия произвольной плоской системы сил.
12. Запишите условия равновесия плоской системы сходящихся сил.

13. Запишите условия равновесия плоской системы параллельных сил.
14. Сформулируйте теорему Вариньона об алгебраическом моменте равнодействующей относительно центра и продемонстрируйте её применение.
15. Что механически характеризует момент силы относительно центра?

ПОРЯДОК РАСЧЕТА И ПРИМЕР НА ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЯ С1

Постановка задачи. На рис.1 изображен абсолютно твердый ломаный стержень, на который действуют: сосредоточенная сила $\overline{F}$, пара сил с моментом M, распределенная сила q. В точке C к телу прикреплен трос, перекинутый через блок и несущий на конце тело весом P. Нагрузки имеют следующие значения: $F = 50$ кН, $P = 20$ кН, $M = 30$ кН·м, $q_{\max} = 20$ кН/м.

Геометрические размеры тела и угол приняты в виде: $a = 0{,}6$ м; $b = 1{,}0$ м; $\alpha = 60^\circ$.

Требуется: определить реакции связей (опор) в точках *A* и *B*.

Решение. 1.Тело, с действующими на него силами и моментом пары сил, изображено на рис.1. Начало системы координат принято в точке *A*, ось Ax направлена вправо, ось Ay - вверх.

В точке *A* тело прикреплено к основанию через цилиндрический шарнир, направление реакций которого заранее не известно. Реакцию опоры *A* представим через компоненты $\overline{X}_A$ и $\overline{Y}_A$. В точке В тело опирается на шарнирную опору на катках. Направление силы реакции в такой связи известно (см. [1]). Реакции $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{Y}_B$ показаны на рис.2.

Распределенную по линейному закону силу с максимальной интенсивностью q надо заменить равнодействующей сосредоточенной силой $\overline{Q}$, приложенной в основании перпендикуляра к отрезку BG, проходящего через центр тяжести треугольника, изображающего распределенную силу. Модуль силы $\overline{Q}$ равен $Q = q_{\max} \cdot BG/2$. В результате получим свободное тело, с действующими на него силами и моментом пары сил, которое показано на рис.2.

2. Составим уравнения равновесия. Правильный выбор формы уравнений равновесия и центров, относительно которых вычисляется моменты, существенно облегчает вычисления. В нашем случае существенных упрощений вычислений удается добиться, если выбрать вторую форму условий равновесия (система уравнений (4)):

$$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0: \quad P \cdot b - F_y \cdot b - M + Q \cdot \frac{2}{3} a + Y_b(2a + b) = 0, \qquad (7)$$

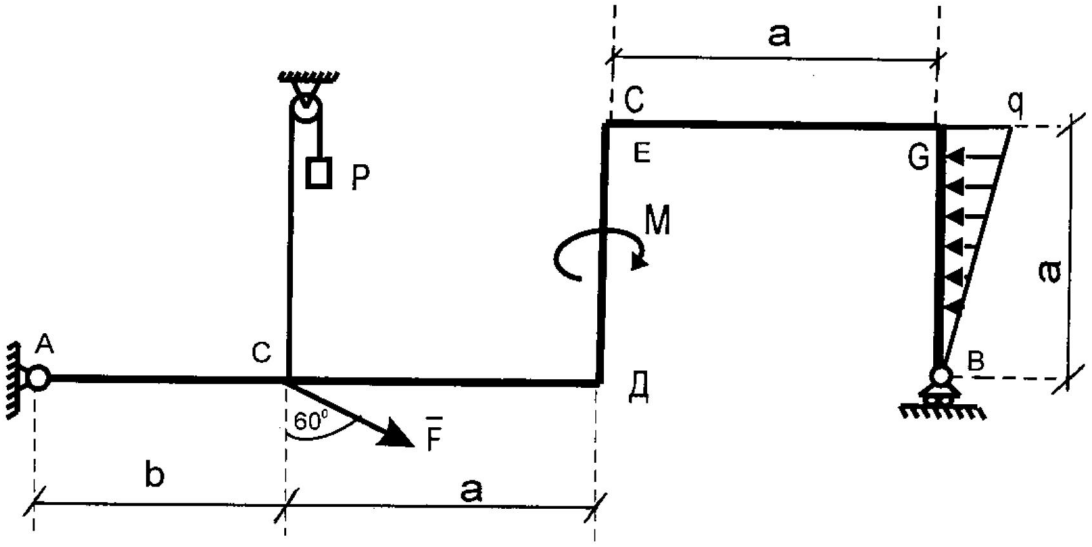


Рис. 1

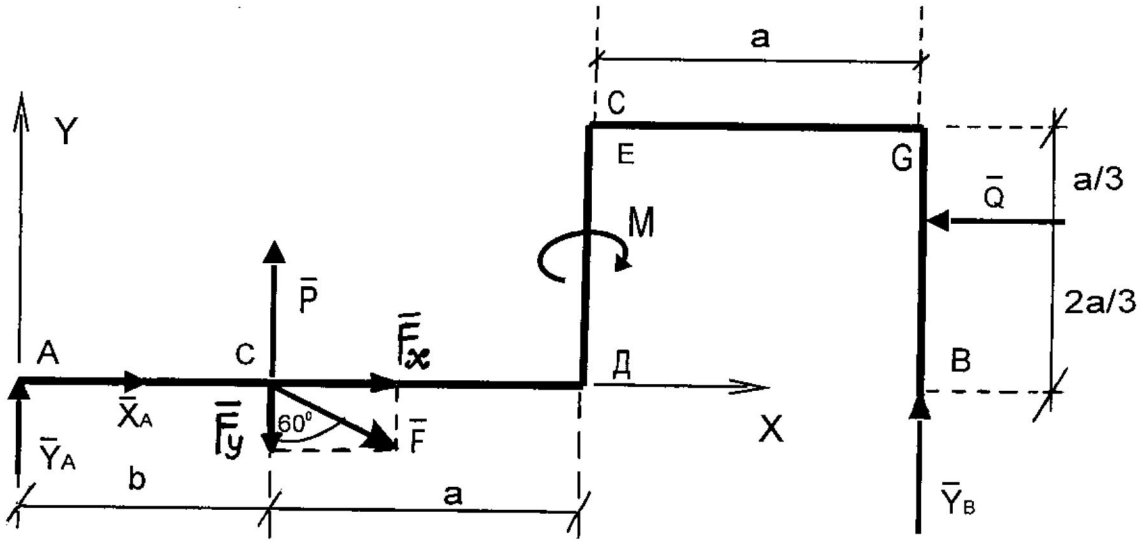


Рис. 2

$$\sum m_b(\overline{F}_k)=0:\ -Y_A\cdot(b+2a)-P\cdot 2a+F_y\cdot 2a-M+Q\cdot\frac{2}{3}a=0, \qquad (8)$$

$$\sum F_{kx}=0:\ X_A+F_X-Q=0. \qquad (9)$$

Здесь:

$F_x=F\cdot\cos 30^\circ=50\cdot 0{,}87=43{,}3$ кН, $F_y=F\cdot\cos 60^\circ=50\cdot 0{,}5=25$ кН,

$$Q=q_{\max}\frac{0{,}6}{2}=20\cdot 0{,}3=6 \text{ кН}.$$

3. Из (7)-(9) получим: $X_A=Q-F\cdot\cos 30^\circ$,

$$Y_b=\frac{M-P\cdot b+F\cdot b\cdot\cos\alpha-Q\cdot\frac{2}{3}a}{2a+b},$$

$$Y_A=\frac{F\cdot\cos\alpha\cdot 2a-P\cdot 2a-M+Q\frac{2}{3}a}{2a+b}.$$

Окончательно: $Y_B=14{,}8$ кН; $Y_A=-9{,}8$ кН; $X_A=-37$ кН.

Знаки минус у Y_A и X_A указывают на то, что действительные направления реакций $\overline{Y}_A$ и $\overline{X}_A$ противоположны, показанным на рис.2.

ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ

Составим уравнение моментов $\sum m_E(\overline{F}_k)=0$ относительно центра *E*.

$$-Y_A(b+a)+X_A\cdot a-p\cdot a+F_y\cdot a+F_x\cdot a-M-Q\cdot\frac{1}{3}a+Y_B\cdot a=0. \qquad (10)$$

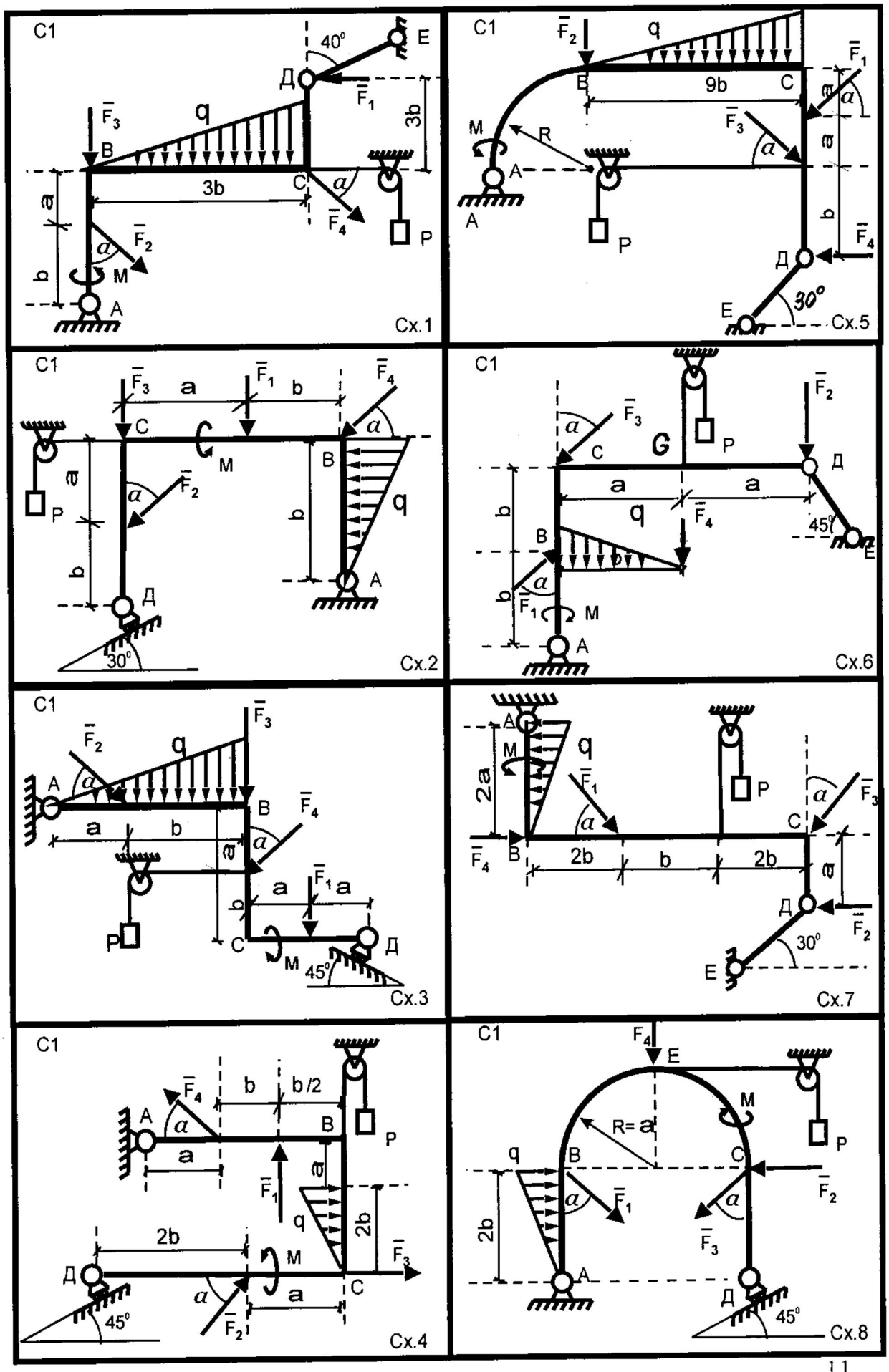
Подставляя в (10) числовое значение заданных сил, момента и найденных реакций связей, будем иметь:

$$+9{,}8\cdot 1{,}6-37\cdot 0{,}6-20\cdot 0{,}6+25\cdot 0{,}6+43{,}3\cdot 0{,}6-30-6\cdot 0{,}2+$$
$$+14{,}8\cdot 0{,}6=15{,}68-22{,}2-12+15+25{,}98-30-1{,}2+8{,}68=$$
$$=65{,}54-65{,}4\approx 0{,}14.$$

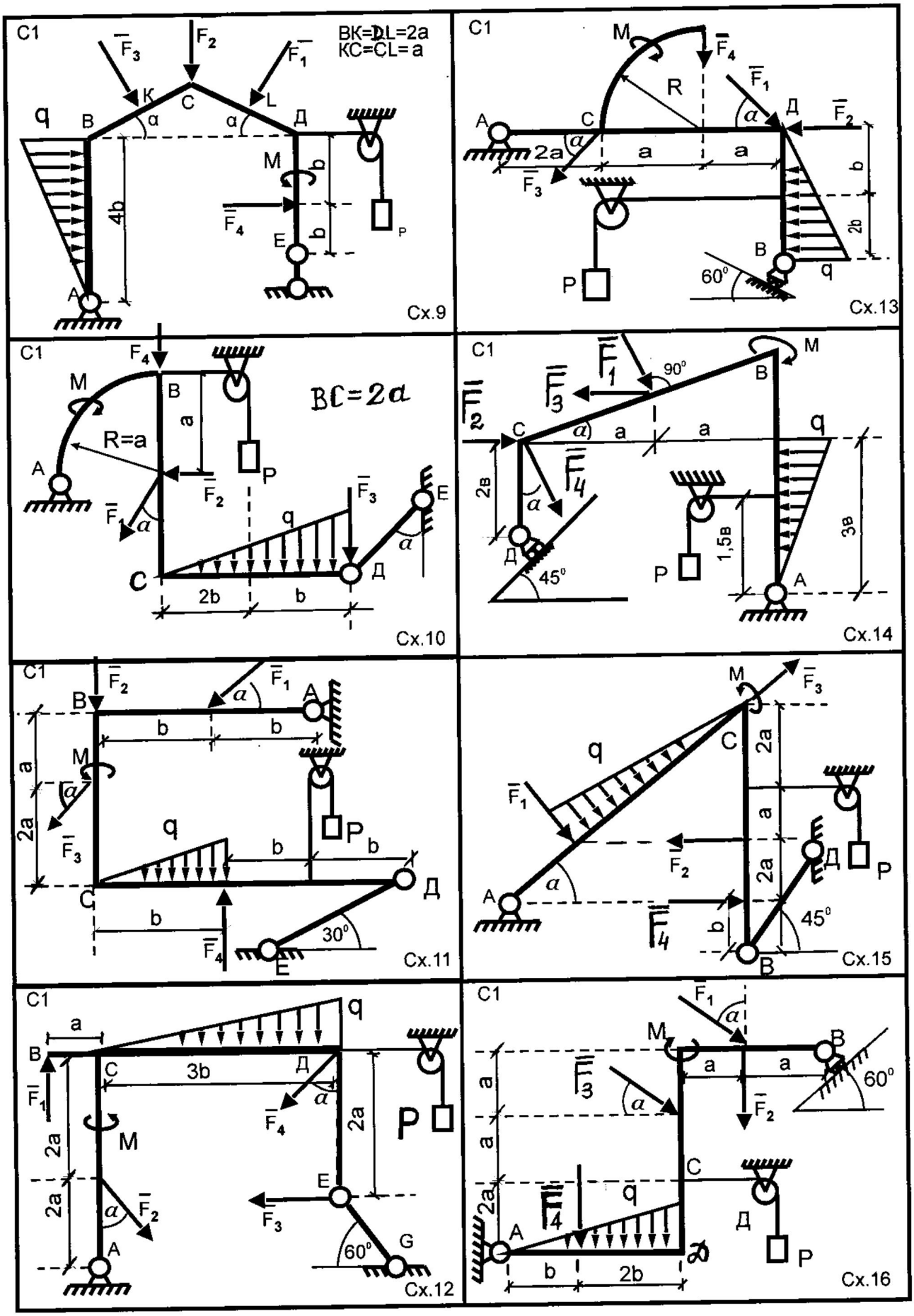
Полученное отличие от нуля на величину 0,14 (кН·м) связано с ошибками округления при вычислении Y_B, Y_A, X_A. Относительную ошибку ψ в % можно оценить, относя 0,14 к модулю меньшего (65,4) из слагаемых в (10) :

$$\psi=\frac{0{,}14}{65{,}4}\cdot 100\%=0{,}21\%.$$

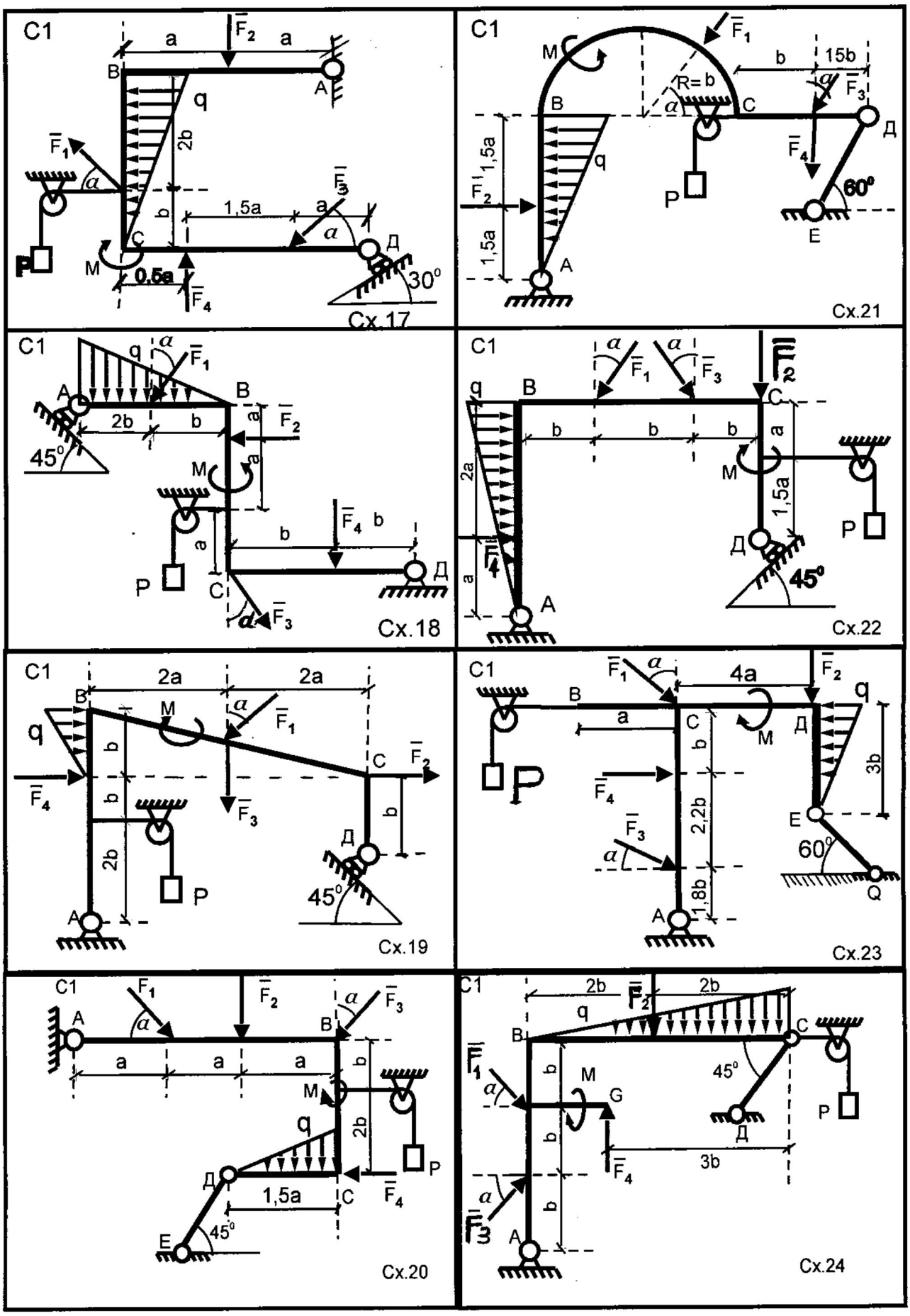
Если принять допустимой ошибку в пределах 0,5%, точность вычисления реакций связей $\overline{Y}_B, \overline{Y}_A, \overline{X}_A$ нужно признать удовлетворительной.



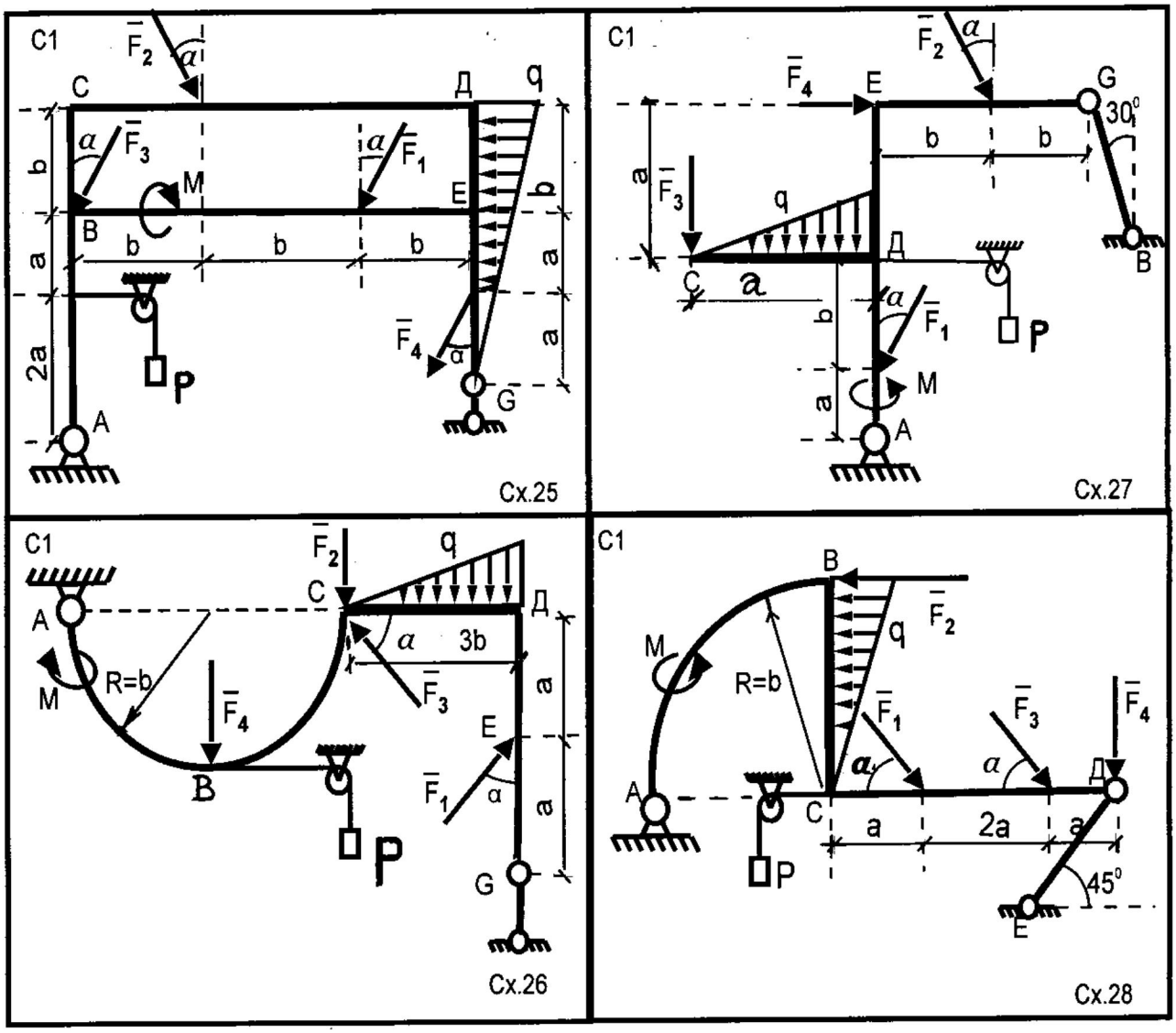
Рисунки 1-8 к заданию С1



Рисунки 9-16 к заданию С1



Рисунки 17-24 к заданию С1



Рисунки 25 - 28 к заданию С1

ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ С1

Таблица 2

	А	Б					В	Г		В
№	P	F_1	F_2	F_3	F_4	q_{max}	M	a	b	α
п/п	кН	кН	кН	кН	кН	кН/м	кН·м	м	м	град
1	10	10	–	50	–	5,8	13	0,5	0,7	30
2	12	–	15	40	–	3,7	16	0,6	0,8	45
3	14	–	30	–	15	6,1	11	0,7	0,9	60
4	16	–	–	45	40	2,8	8	0,8	1,0	30
5	18	–	15	–	50	4,3	9	0,9	1,1	45
6	20	50	–	–	10	6,5	7	1,0	1,2	60
7	22	35	60	–	–	8,8	14	1,1	1,3	30
8	24	25	–	65	–	2,4	12	1,2	1,4	45
9	26	–	30	45	–	7,5	13	1,3	1,5	60
0	28	5	–	–	75	9,0	15	1,4	1,6	30

ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ С2

Таблица 3

№	А				Б		В		Г
п/п	F_1	F_2	F_3	F_4	М	q	a	b	α
	кН	кН	кН	кН	кН·м	кН/м	м	м	град
1	9	–	–	40	11	4,5	2,0	1,5	30
2	–	11	50	–	13	5,0	1,5	3,0	60
3	13	–	45	–	15	3,5	1,4	2,0	45
4	15	20	–	–	17	2,4	0,8	1,2	60
5	17	–	–	25	19	7,1	0,7	2,1	30
6	–	19	–	30	21	9,5	1,9	0,8	45
7	–	–	21	35	23	6,2	1,7	1,1	30
8	–	23	–	15	25	8,3	1,3	0,9	45
9	–	25	45	–	27	1,7	1,1	0,5	60
0	27	–	15	–	29	10,3	0,5	0,8	45

Задание № 2 (С2).

ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМЫ ТЕЛ, НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Цель работы: Исследовать равновесие системы, состоящей из двух абсолютно твердых тел, находящихся под действием плоской системы сил. Закрепить знания о связях и их реакциях. Закрепить навыки в составлении уравнений равновесия для плоской системы сил и освоить методы определения реакций внутренних связей.

Постановка задачи: Отдельные части конструкции выполнены в виде абсолютно жестких ломаных (в том числе разветвленных) прямолинейных, криволинейных и отдельных прямолинейных стержней, которые в точке С соединены друг с другом шарнирно или свободно опираются друг о друга. В одной точке конструкция жестко заделана. В другой точке внешними связями, наложенными на конструкцию, являются или невесомый стержень, или шарнирная опора на катках, или гладкая плоскость (рис. 1 -28 на стр. 22-25). На конструкцию действуют пара сил с моментом М, распределенная сила интенсивности q и сосредоточенные силы $\overline{F}_k$, показанные на соответствующих рисунках. Определить реакции внешних связей (опорных закреплений) и реакции внутренних связей в точке С. Значения нагрузок и геометрические размеры конструкции приведены в таблице 3, стр. 15.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

К решению поставленной задачи можно приступить, изучив методы решения задач на равновесие систем абсолютно твердых тел под действием плоской системы сил (например, [1] : §18; [4]: § 4; [5]: §3 и др.).

На практике часто приходится рассматривать конструкции, состоящие из системы твердых тел. При этом наряду с известными уже внешними силами, т.е. силами, возникающими в результате взаимодействия рассматриваемой системы тел с окружающими телами, не входящими в рассматриваемую систему, вводится понятие внутренних связей, т.е связей, соединяющих отдельные тела системы друг с другом, и внутренних сил, т.е сил взаимодействия тел системы между собой. В рассматриваемом ниже примере внутренняя связь расположена в точке С, в которой два тела заданной конструкции взаимодействуют между собой.

По закону о равенстве действия и противодействия внутренние силы всегда попарно равны по модулю и прямо противоположны по

направлению. Приложены эти силы к взаимодействующим между собой телам системы (частям исходной конструкции).

Для решения задачи на равновесие системы тел (составной конструкции) используется метод расчленения системы тел (исходной конструкции), при этом задача будет иметь решение, если общее число неизвестных будет не более, чем *3к.* (Пример для системы, состоящей из двух тел, дается ниже). Можно поступить следующим образом. Расчленить систему на части по количеству тел, составляющих систему, и записать уравнения равновесия для каждого тела в отдельности. Получится *3к уравнений.* Действительно, если система твердых тел находится в равновесии, то и отдельные тела системы также находятся в равновесии. Решая систему *3к* уравнений, определяются искомые неизвестные. Другой возможный путь заключается в составлении 3 уравнений равновесия для системы в целом. В эти уравнения войдут только внешние силы, в том числе реакций внешних связей. Полученные уравнения необходимо дополнить уравнениями равновесия для *(к - 1)* отдельных тел, входящих в рассматриваемую систему тел. Общее число уравнений равновесия, содержащих все искомые неизвестные, будет как и прежде $3+3\cdot(k-1)=3k$.

Задачи, в которых неизвестных больше, чем 3К (статически неопределимые задачи), нами здесь не рассматриваются.

ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ И САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называется связью?
2. Что называется внешней связью, что называется внутренней связью?
3. Дайте понятие статически определимых и статически неопределимых задач.
4. Что Вы понимаете под термином «Составная конструкция»?
5. Опишите словами операции, которые надо произвести для решения задачи о равновесии составной конструкции.
6. Сформулируйте аналитические условия равновесия произвольной плоской системы сил.
7. Сформулируйте теорему Вариньона о моменте равнодействующей относительно центра. Приведите пример её использования из Вашего задания.
8. Что называется парой сил, что называется плечом пары?
9. Дайте определение алгебраического момента пары сил?
10. Сформулируйте теорему об эквивалентности пар сил на плоскости.
11. Перечислите свойства пар сил.
12. Сформулируйте условия равновесия произвольной плоской системы сил в смешанной форме?
13. Дайте три аналитические формы условий равновесия произвольной плоской системы сил.
14. Расскажите о частных случаях приведения произвольной плоской системы к центру.

ПОРЯДОК РАСЧЕТА И ПРИМЕР НА ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЯ С2

Постановка задачи. Пусть задана конструкция, состоящая из ломаного стрежня *ADC* и прямолинейного стержня *CB*, соединенных шарниром в точке *C* (рис. 3). В точке *A* ломаный стержень жестко заделан, а прямолинейный стержень *CB* в точке В свободно опирается на гладкую горизонтальную поверхность. Действующие силы, момент и геометрические размеры показаны на рис. 3.

$F = 40$ кН, $M = 15$ кН·м, $q = 10$ кН/м, $a = 1$ м, $b = 2$ м.

Требуется: Определить реакции внешних связей в точках *A*, *B* и реакции внутренней связи в точке *C*.

Решение: Изобразим заданную конструкцию и покажем все действующие на нее силы (рис. 4). Действие распределенной силы $\overline{q}$ заменим сосредоточенной силой $\overline{Q}$, приложенной в середине отрезка *DC*, перпендикулярно к последнему:

$$Q = q \cdot CD.$$

Начало прямоугольной системы координат поместим в точке *A*, ось Ax направим вправо, ось Ay - вверх. Используя принцип освобождаемости от связей, заменим действие мысленно отброшенных внешних опорных связей в точках *A* и *B* соответствующими силами реакций связей. Реакция в точке В направлена по нормали к опорной гладкой поверхности; направление реакции в точке *A* заранее неизвестно. Поэтому реакцию связи в точке *A* представим через составляющие $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, как показано на рис.5. Направления искомых реакций $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, пусть совпадают с положительными направлениями осей координат. Направление искомого реактивного момента M_A принято против хода часовой стрелки. Число внешних реакций связей $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A, M_A$, $\overline{Y}_B$ больше трех. Следуя сделанным ранее рекомендациям, для определения шести неизвестных $\overline{X}_A, \overline{Y}_A, M_A, \overline{Y}_B, \overline{X}_C, \overline{Y}_C$ воспользуемся методом расчленения (рис.5) и составим уравнения равновесия.

1 способ. Расчленим конструкцию на две части: ломаный стержень *ADC* (тело один) и стержень СВ (тело два), показанные на рисунке 5.

Составим уравнения равновесия для каждого из выделенных тел.

Для второго тела: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum m_c(\overline{F}_k) = 0$.

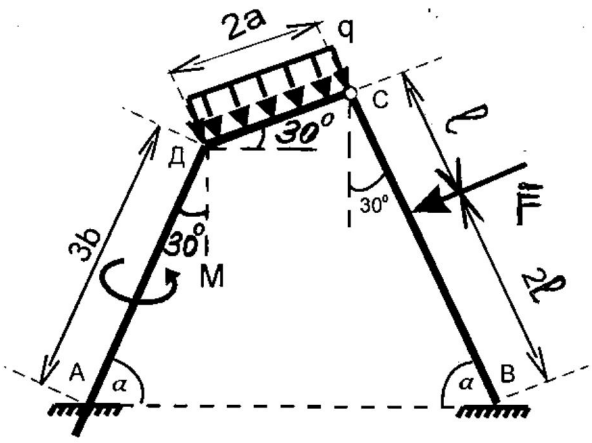


Рис. 3

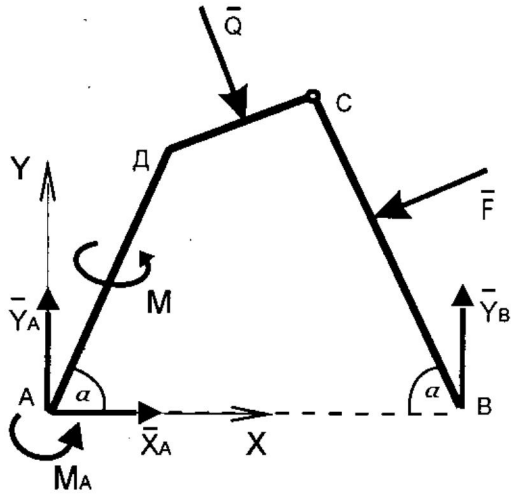


Рис. 4

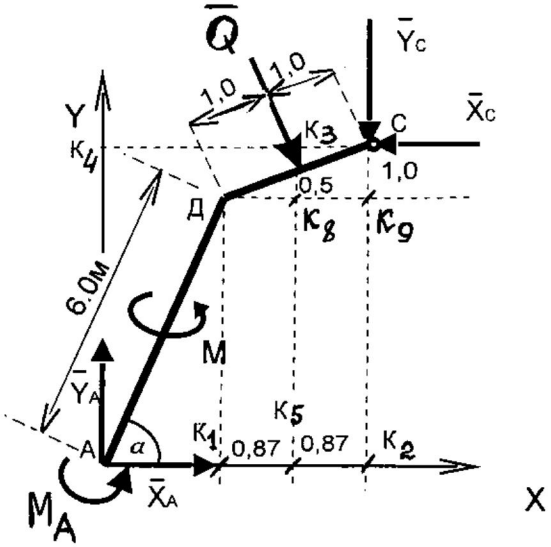


Рис. 5

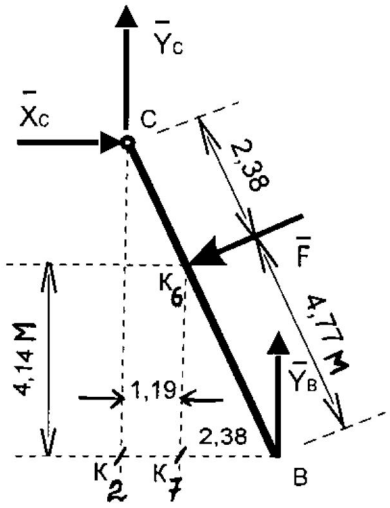


Рис. 6

$$X_c - F_x = 0, \quad (11)$$
$$Y_c + Y_B - F_y = 0, \quad (12)$$
$$-F \cdot l + Y_B \cdot K_2B = 0. \quad (13)$$

Для первого тела: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum m_A(\overline{F}_k) = 0$.

$$X_A + Q_x - X_c = 0, \quad (14)$$
$$Y_A - Y_c - Q_y = 0, \quad (15)$$
$$M_A + M - Q_x \cdot AK_4 - Q_y \cdot AK_5 + X_c \cdot CK_2 - Y_c \cdot AK_2 = 0. \quad (16)$$

Здесь: $Q = q \cdot 2a = 10 \cdot 2 = 20$ кН, $Q_x = Q \cdot \sin 30^\circ = 10$ кН,

$Q_y = Q \cdot \cos 30^\circ = 17{,}3$ кН,

$F_x = F \cos 30^\circ = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 34{,}64$ кН, $F_y = F \cdot \sin 30^\circ = 40 \cdot 0{,}5 = 20$ кН.

Определим недостающие для расчета длины:

$AK_1 = 3b \cdot \sin 30^\circ = 6 \cdot 0{,}5 = 3$ м, $K_3K_8 = \alpha \cdot \sin 30^\circ = 1 \cdot 0{,}5 = 0{,}5$ м,

$DK_8 = a \cdot \cos 30^\circ = 0{,}87$ м, $DK_1 = 3b \cdot \sin 60^\circ = 5{,}22$ м,

$CK_9 = 2a \cdot \sin 30^\circ = 1{,}00$ м, $CK_2 = CK_9 + DK_1 = 6{,}22$ м,

$CB = 3l = CK_2 / \cos 30^\circ = 7{,}15$ м, $l = CB/3 = 2{,}38$ м,

$K_1K_5 = DK_8 = 0{,}87$ м, $AK_2 = AK_1 + 2K_1K_5 = 4{,}74$ м,

$K_2B = 3l \cdot \sin 30^\circ = 3{,}575$ м, $AB = AK_2 + K_2B = 4{,}74 + 3{,}575 = 8{,}315$ м,

$AK_4 = DK_1 + K_3K_8 = 5{,}72$ м, $AK_5 = AK_1 + DK_8 = 3{,}87$ м.

Теперь, решая систему уравнений равновесия, будем иметь:

из (11) $X_c = F_x = 34{,}64$ кН;

из (13) $Y_B = F \cdot l / K_2B = 26{,}63$ кН;

из (12) $Y_c = F_y - Y_B = -6{,}63$ кН,

из (14) $X_A = X_c - Q_x = 34{,}64 - 10 = 24{,}64$ кН;

из (15) $Y_A = Y_c + Q_y = -6{,}63 + 17{,}3 = 10{,}67$ кН;

из(16) $M_A = -M + Q_x \cdot AK_4 + Q_y \cdot AK_5 - X_c \cdot K_2C + Y_c \cdot K_2A = -137{,}74$ кН·м.

Ответ: $X_A = 24{,}64$ кН; $Y_A = 10{,}67$ кН; $M_A = -137{,}74$ кН·м;

$X_C = 34{,}64$ кН; $Y_C = -6{,}63$ кН; $Y_B = 26{,}63$ кН.

Знаки «минус» перед M_A и Y_C говорят о том, что их истинные направления противоположны показанным на рис.5.

Иллюстрируя сказанное раннее, решим задачу ещё одним способом.

2-й способ. Составим уравнения равновесия для всей конструкции в целом, не расчленяя её на части (уравнения равновесия внешних сил) и дополним эту систему уравнениями равновесия (11)- (13) или (14)-(16) для одного из тел, входящих в рассматриваемую систему.

Для конструкции в целом будем иметь:

$$\sum F_{kx} = 0: \qquad X_A + Q_x - F_x = 0, \tag{17}$$

$$\sum F_{ky} = 0: \qquad Y_A + Y_B - Q_y - F_y = 0, \tag{18}$$

$$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0: \qquad \begin{aligned} &M_A + M - Q_x \cdot AK_4 - Q_y \cdot AK_5 + \\ &+ F_x \cdot K_6K_7 - F_y \cdot AK_7 + Y_B \cdot AB = 0 \end{aligned} \tag{19}$$

Дополнив эти уравнения, например, уравнениями (11)-(13), и решая полученную систему, получим:

из (17) $\quad X_A = F_x - Q_x = 34{,}64 - 10{,}0 = 24{,}64$ кН;

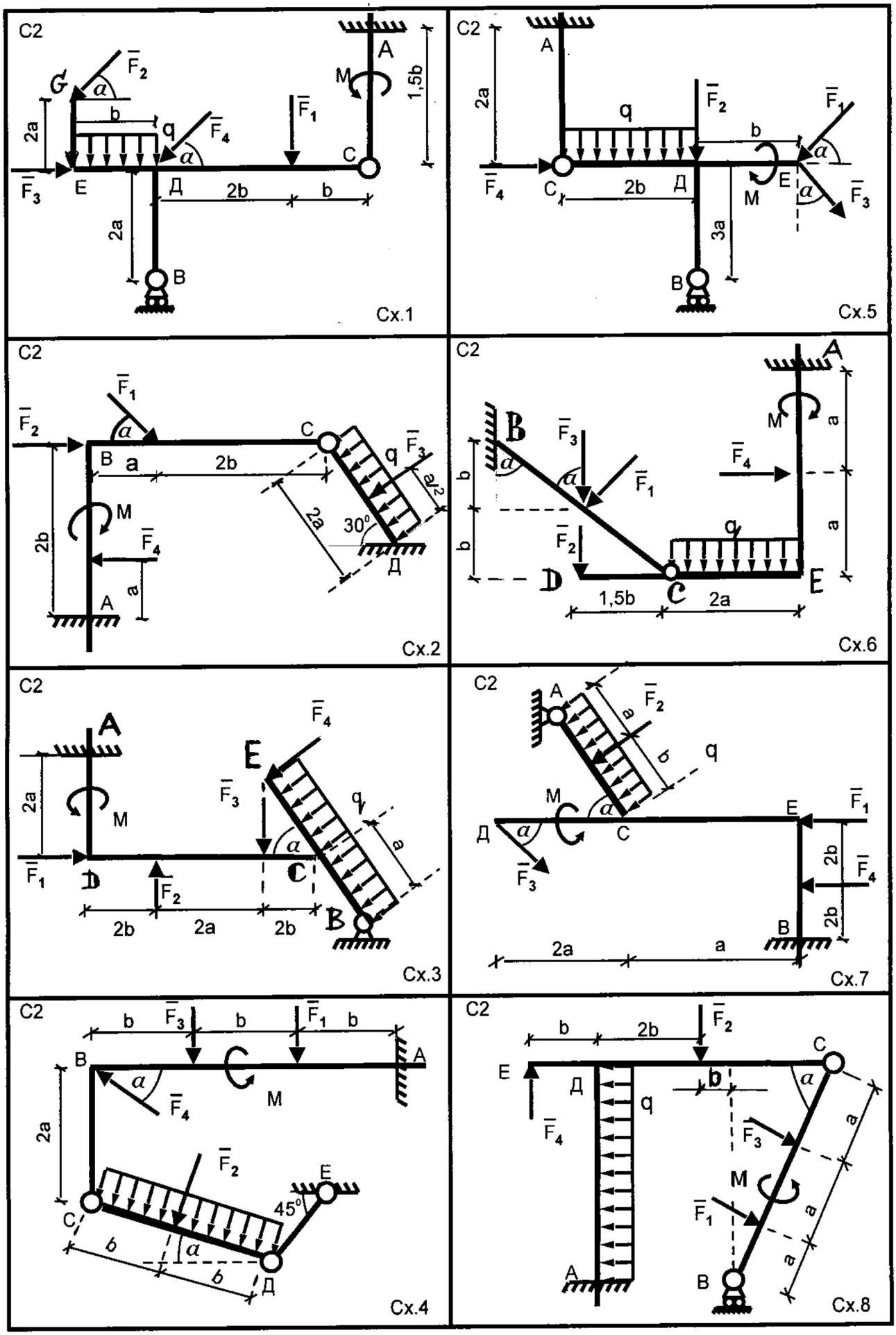
из (18) $\quad Y_A = Q_y + F_y - Y_B = 17{,}3 + 20 - 26{,}63 = 10{,}67$ кН; из (19)

$$M_A = -M + Q_x \cdot K_5K_3 + Q_y \cdot AK_5 - Fx \cdot K_6K_7 + F_y \cdot AK_7 - Y_B \cdot AB =$$
$$= -15 + 10 \cdot 5{,}72 + 17{,}3 \cdot 3{,}87 - 34{,}64 \cdot 4{,}14 + 20 \cdot 5{,}93 -$$
$$- 26{,}63 \cdot 8{,}315 = -137{,}09 кН \cdot м.$$

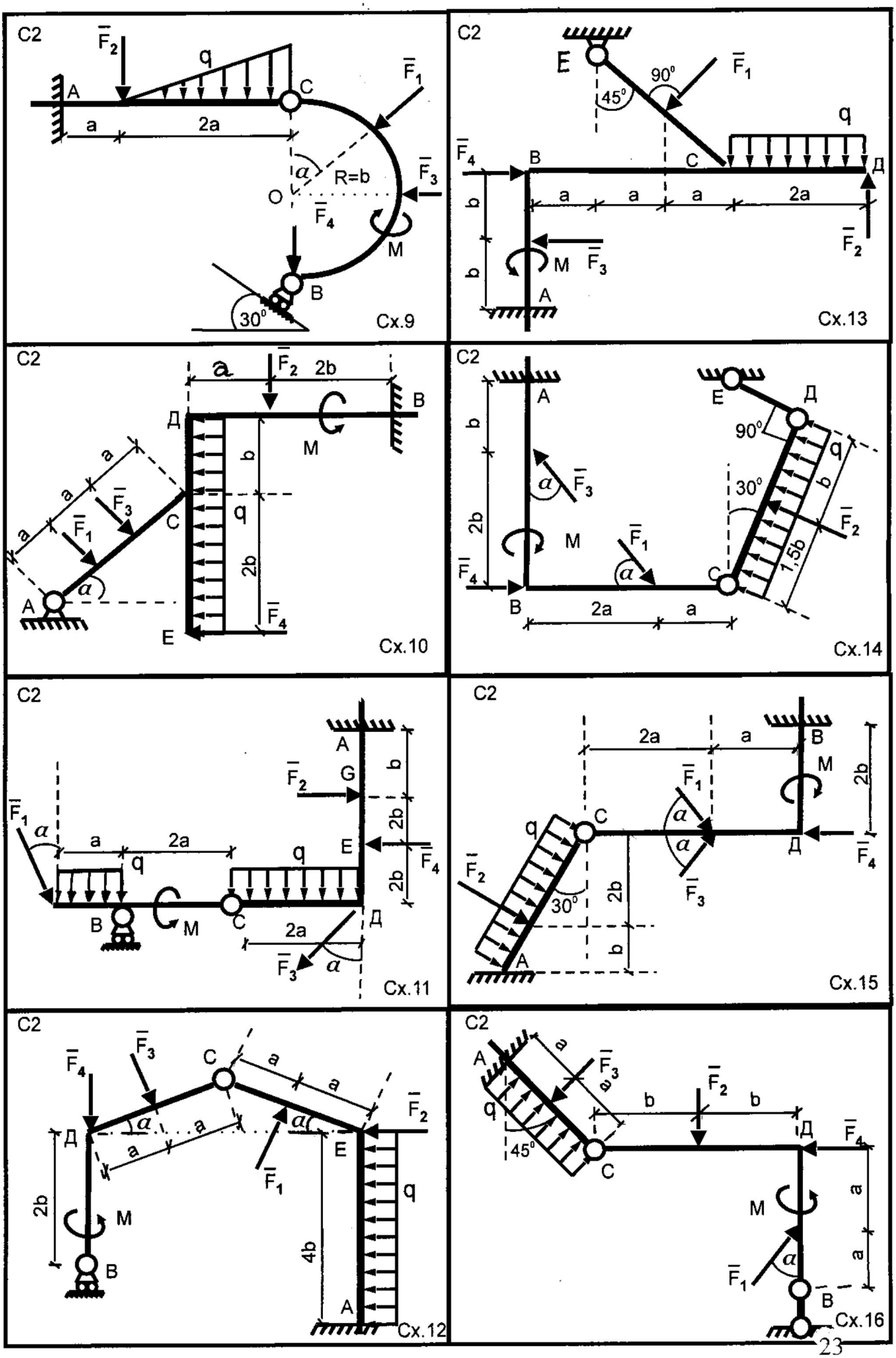
Здесь учтено значение для Y_B, ранее найденное из уравнения (13). Вычисленные значения реакций внешних связей совпадают с найденными раньше. Значение X_C и Y_C определяются из системы (11) – (13).

ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ.

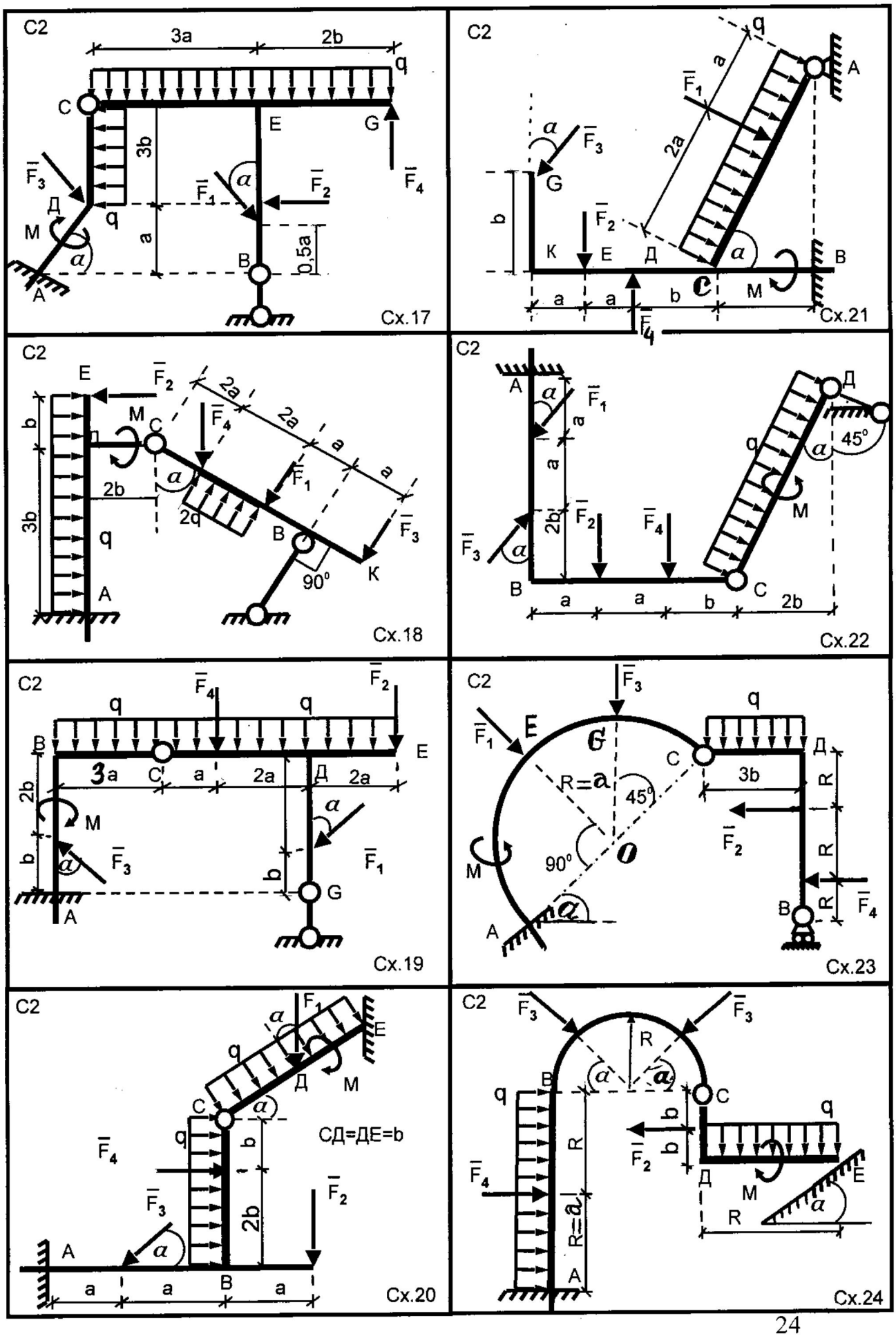
Решение можно проверить так же, как делалось при выполнении задания С1 или сравнивая решения, полученные двумя способами.



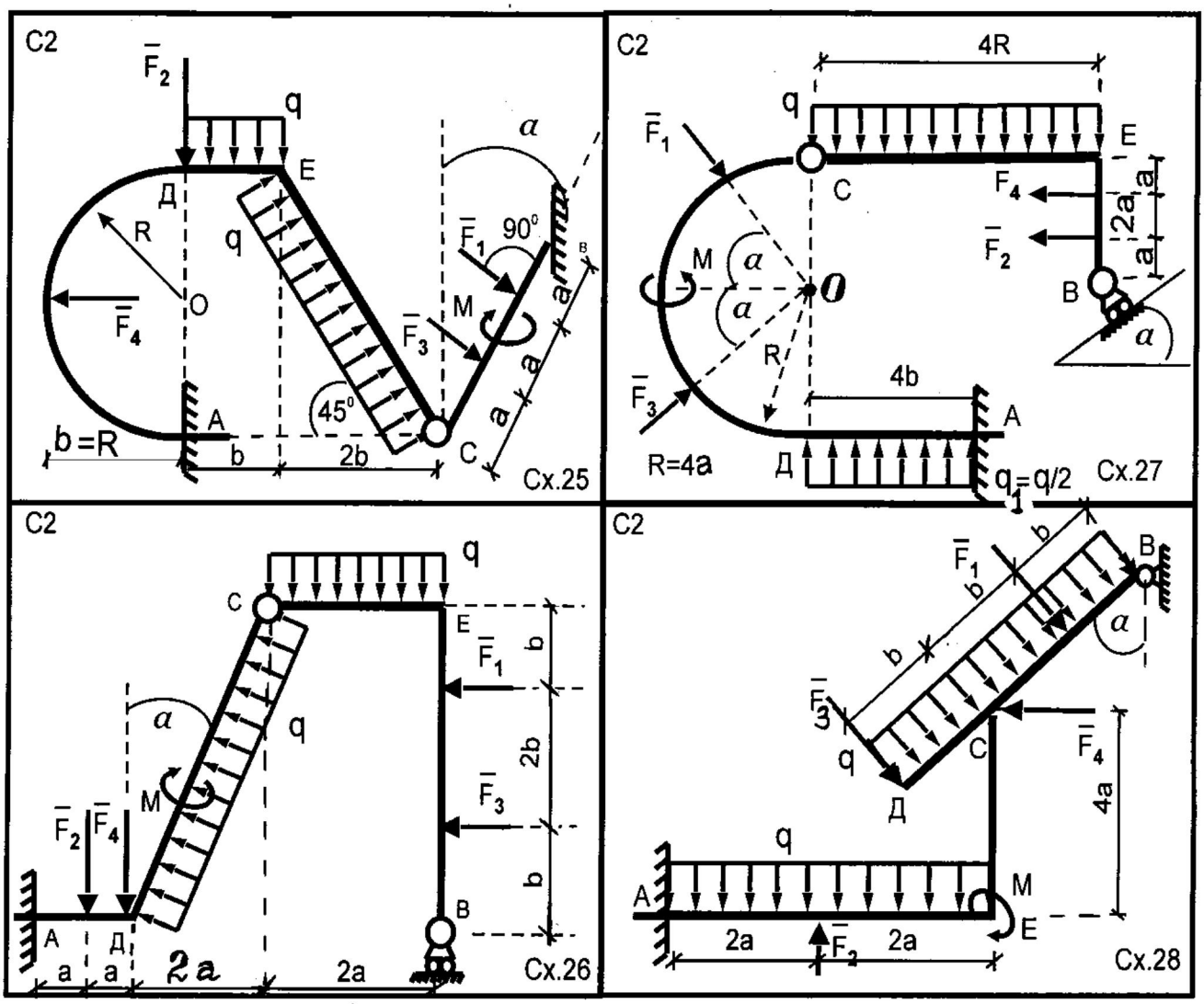
Рисунки 1-8 к заданию С2



Рисунки 9-16 к заданию С2



Рисунки 17-24 к заданию С2



Рисунки 25-28 к заданию С2

В задании С3 теория равновесия систем сходящихся сил применяется для расчета жестких конструкций, состоящих из прямолинейных однородных невесомых стержней с шарнирами на концах. Точки, в которых стержни соединяются друг с другом, называются узлами этой конструкции. Под действием внешних сил, приложенных в узлах, стержни оказываются под действием или сжимающих, или растягивающих сил.

Метод вырезания узлов для определения реакций стержней сводится к рассмотрению условий равновесия отдельных узлов, в котором сходится не более трех стержней, реакции которых еще не известны. Поскольку вся конструкция находится в равновесии, то в равновесии находится каждый элемент этой конструкции. Если мысленно вырезать узел и отбросить стержни, рассматривая их как наложенные на узел связи, то действие связей на узел придется заменить реакциями стержней. Тогда приходим к системе сходящихся в узле сил: внешних сил, приложенных в узле, и реакций стержней. Если в этой системе сил не более трех неизвестных, то из уравнения (21) определяются все неизвестные силы.

ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ И САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называется сосредоточенной силой, системой сосредоточенных сил?
2. Что называется равнодействующей силой, уравновешивающей силой?
3. Какие две системы сил называются эквивалентными системами сил?
4. Какая система сил называется системой сил, эквивалентной нулю?
5. Что называется связью, реакцией связи, силой давления на связь?
6. Сформулируйте принцип освобождаемости от связей.
7. Изобразите стандартные связи и покажите их силы реакции.
8. Объясните правило силового многоугольника для сложения векторов сил.
9. Как разложить данную силу на две силы, приложенные в той же точке?
10. Как разложить данную силу на три силы, приложенные в той же точке, линии действия которых не лежат в одной плоскости?
11. Дайте определение проекции силы на ось и на плоскость.
12. Сформулируйте геометрические и аналитические условия равновесия пространственной системы сходящихся сил

ПОРЯДОК РАСЧЕТА И ПРИМЕР НА ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЯ С3

Постановка задачи: Рассмотрим абсолютно твердую конструкцию, изображенную на рис.6 при следующих исходных данных:

$\alpha = 45^\circ$, $\beta = \gamma = 60^\circ$, $F_1 = 10$ кН, $F_2 = 16$ кН.

Требуется: Определить реакции стержней методом вырезания узлов.

Решение: 1. Решение начнем с узла B, в котором сходится три стержня. Если применить принцип освобождаемости от связей и мысленно отбросить стержни, к узлу B (рис.7) будут приложены внешняя известная

Задание № 3 (С3)

РАВНОВЕСИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ.

Цель работы: Закрепить теоретические знания по плоским и пространственным системам сходящихся сил. Получить навыки в составлении аналитических условий равновесия системы сходящихся сил (уравнений равновесия).

Постановка задачи: Шесть невесомых стержней соединены своими концами шарнирно друг с другом в узлах А, В и прикреплены шарнирно другими концами к неподвижным опорам (см. рис. на стр. 30-33). В узлах А и В приложены силы, направленные вдоль стержней или по линиям, относящимся к воображаемому параллелепипеду (ребрам, диагоналям различных граней). Определить реакции стержней. Значения сил, а также необходимые для расчета геометрические размеры взять из таблицы 4, стр. 34.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

К решению постановленной задачи можно приступить, изучив теорию по системам сходящихся сил ([1]. гл.2; [2], гл.2; [3], гл.2; гл.8, §35,36 и др.).

Определение: Если линии действия сил системы пересекаются в одной точке, то система сил называется системой сходящихся сил.

Для того, чтобы система сходящихся сил находилась в равновесии, необходимо и достаточно, чтобы главный вектор (равнодействующая) этой системы сил был равен нулю:

$$\overline{R} = \sum \overline{F}_k = 0. \qquad (20)$$

Уравнение (20) эквивалентно трем скалярным уравнениям, выражающим условия равновесия системы сходящихся сил.

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad \sum F_{ky} = 0, \qquad \sum F_{kz} = 0. \qquad (21)$$

Здесь F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} - проекции *k-той* силы на соответствующие оси. Для плоской системы сходящихся сил одно из уравнений системы (21) удовлетворяется тождественно (т.е. при любых значениях сил) и его можно «отбросить». В общем случае задачи на равновесие пространственной системы сходящихся сил проще решать аналитически, пользуясь уравнениями (21), из которых видно, что задача будет статически определимой, если в системе имеется не более трех, а в плоском случае не более двух неизвестных сил.

сила $\overline{F}_2$ и реакции $\overline{N}_1$, $\overline{N}_2$, $\overline{N}_3$ стержней 1,2 и 3. Направление сил реакций до решения задачи, как правило, не известно. Направим их от узла (см. рис.7) При этом в узле получим пространственную систему сходящихся сил.

2. Запишем систему уравнений равновесия (21) для полученной в узле пространственной системы сходящихся сил:

3.

$$\sum F_{kx} = F_2 + N_2 \cos\beta + N_3 \cos\alpha = 0, \quad \sum F_{ky} = -N_1 - N_2 \sin\beta = 0,$$

$$\sum F_{kz} = -N_3 \cos(90^\circ - \alpha) = 0. \qquad (22)$$

Решая систему алгебраических уравнений (22) относительно величин неизвестных сил реакций стержней, получим:

$$N_1 = F_2 tg\beta, \quad N_2 = -F_2 / \cos\beta, \quad N_3 = 0. \qquad (23)$$

Знак минус перед значением реакции второго стержня говорит о том, что истинное направление силы $\overline{N}_2$ противоположно, показанному на рис.7. Действительное направление усилия $\overline{N}_2$ показано на рис. 8.

4. Аналогично рассматривается узел А (рис.7,8) и определяются силы реакций $\overline{N}_4$, $\overline{N}_5$, $\overline{N}_6$. Уравнения (21) в этом случае принимают вид:

$$\sum F_{kx} = -N_4 - N_2 \cos\beta - N_5 \cos\gamma \cdot \cos\beta - F_1 \cos\alpha = 0,$$

$$\sum F_{ky} = N_2 \sin\beta + N_5 \cos\gamma \cdot \sin\beta = 0, \qquad (24)$$

$$\sum F_{kz} = -N_5 \sin\gamma - F_1 \sin\alpha - N_6 = 0.$$

При определении проекций силы $\overline{N}_5$ на оси X и Y здесь воспользовались методом двойного проецирования: сначала нашли проекцию силы $\overline{N}_5$ на плоскость Axy (это будет сила, т.е. вектор, величина которой $N_5 Cos\gamma$), а затем найденную проекцию на плоскость спроектировали на оси X и Y. Из системы уравнений (24) находим:

$$N_4 = -F \cos\alpha; \qquad N_5 = F_2 / (\cos\beta \cdot \cos\gamma);$$

$$N_6 = -F_1 \sin\alpha - F_2 tg\gamma / cos\beta. \qquad (25)$$

5. Подставим исходное данные в формулы (23), (25) и получим:

$$N_1 = 27{,}7 \text{ кН}, \qquad N_2 = -32 \text{ кН}, \qquad N_3 = 0 \text{ кН},$$

$$N_4 = -7{,}07 \text{ кН}, \qquad N_5 = 64 \text{ кН}, \qquad N_6 = -62{,}5 \text{ кН}.$$

Ответ: Судя по знакам сил реакций, заключаем: 1 и 5-й стержни находятся под действием растягивающих внешних сил; 2,4,6-й под действием сжимающих внешних сил. 3-й стержень свободен от нагрузки $(N_3 = 0)$.

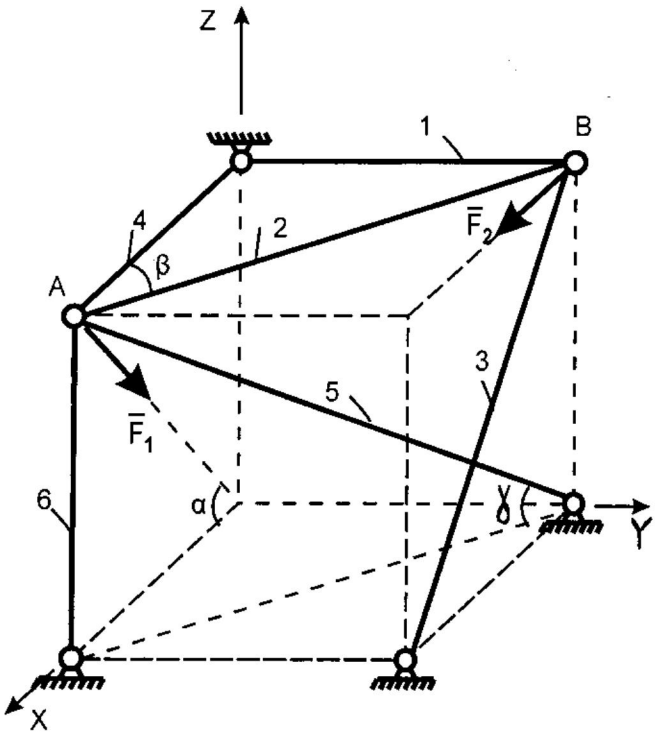


Рис. 6

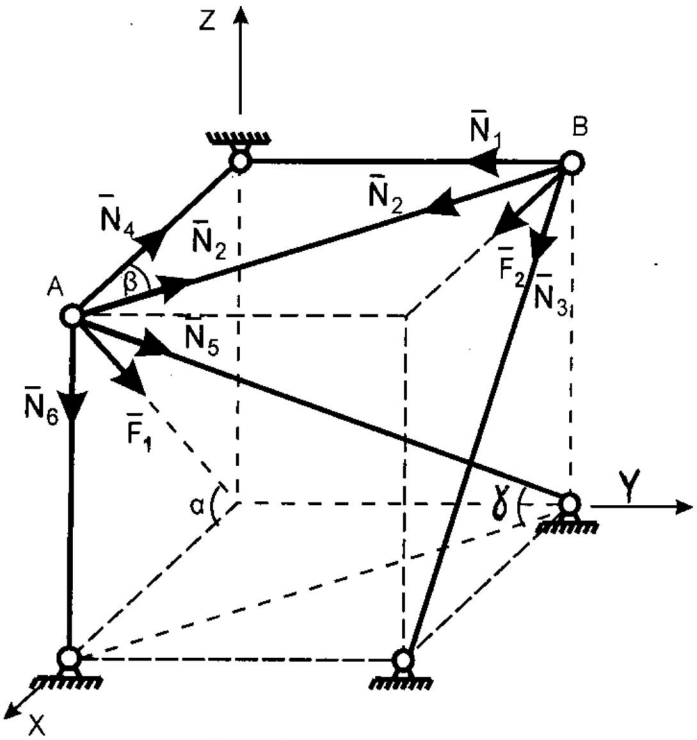


Рис. 7

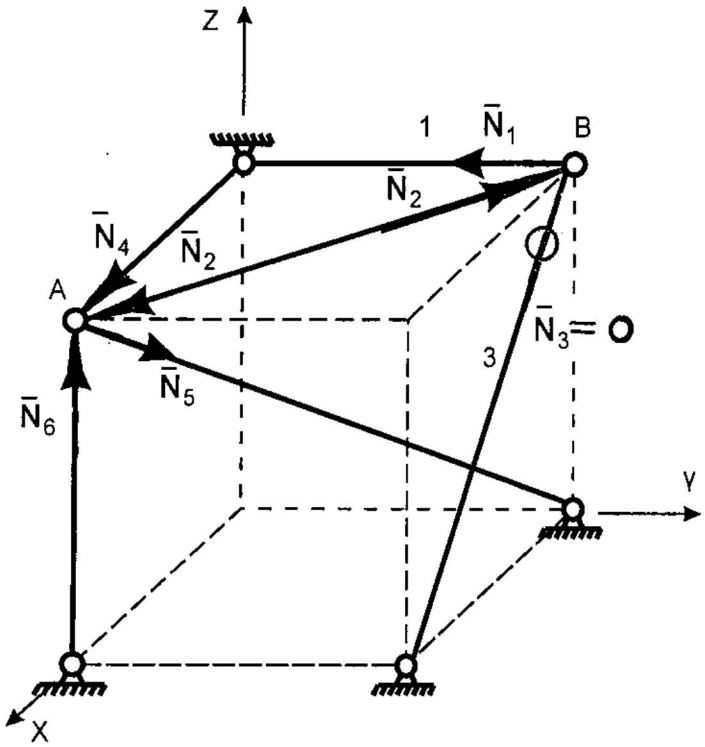
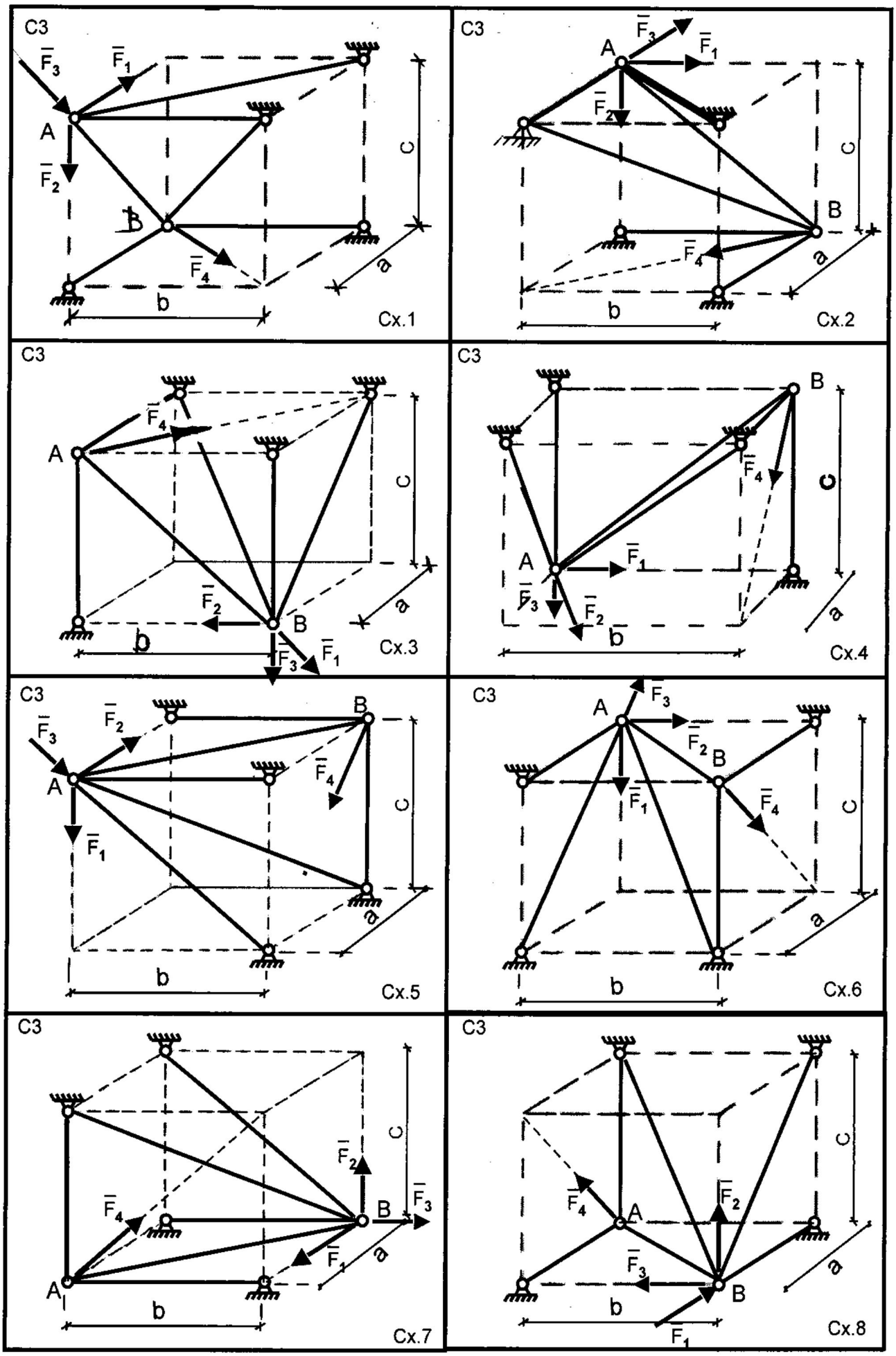
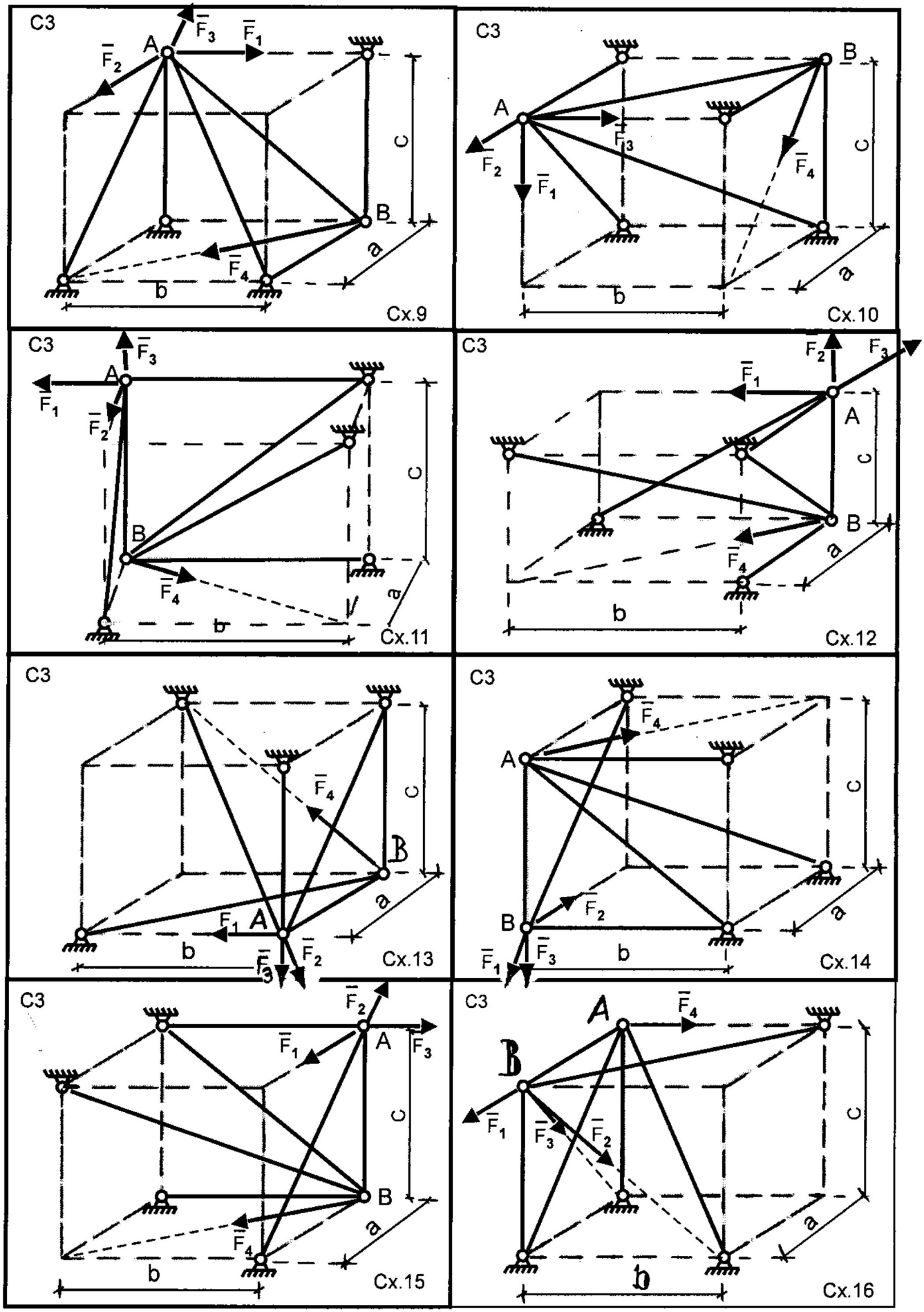


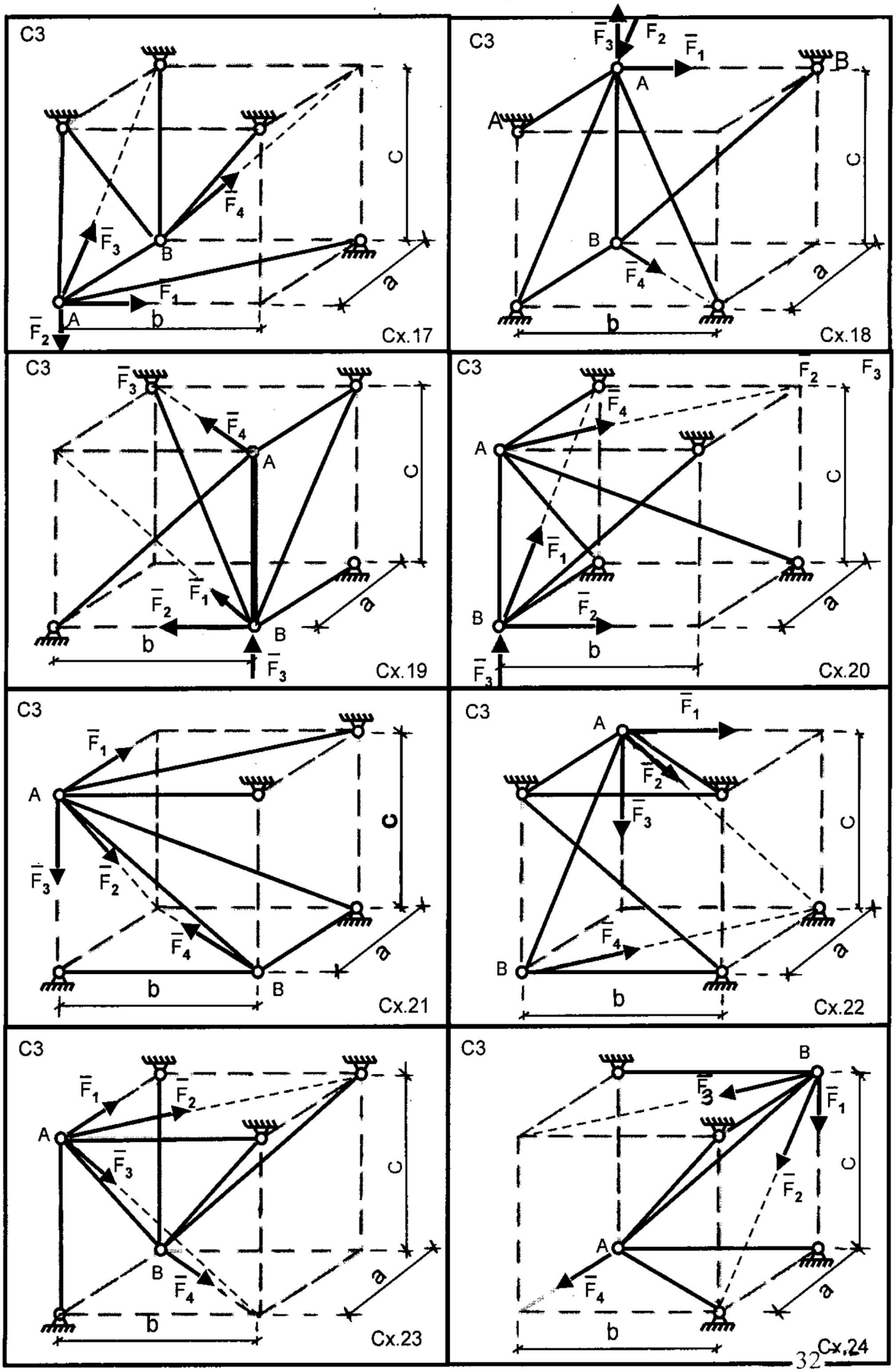
Рис. 8



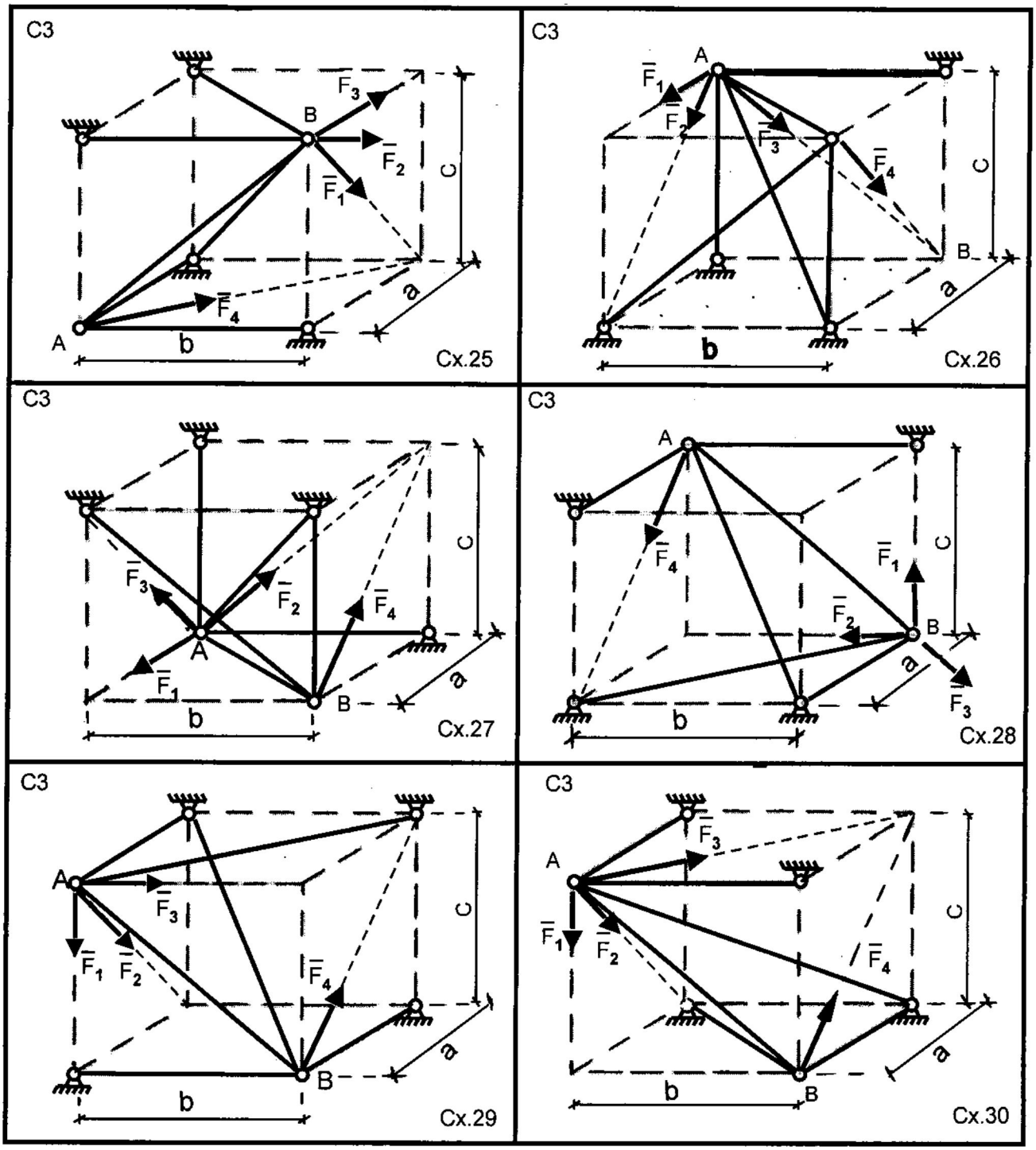
Рисунки 1- 8 к заданию С3



Рисунки 9 - 16 к заданию С3



Рисунки 17-24 к заданию С3



Рисунки 25 - 30 к заданию С3

ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ С3

Таблица 4

№ усло-вия	Размеры и нагрузки						
	А			Б			В
	a	*в*	*c*	F_1	F_2	F_3	F_4
	см	*см*	*см*	*н*	*н*	*н*	*н*
1	60	120	180	250	0	0	125
2	110	140	180	0	350	0	500
3	100	60	120	0	0	100	250
4	150	90	80	100	0	0	350
5	140	80	100	0	200	0	150
6	100	120	110	0	0	300	100
7	130	70	120	150	0	0	300
8	120	90	130	0	250	0	450
9	110	80	140	0	0	350	250
0	30	120	100	400	0	0	150

ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ С4

Таблица 5

№ усло-вия	Размеры и нагрузки								
	А			Б				В	Г
	AB	*AC*	*CE*	F_1	F_2	P_1	P_2	*M*	*q*
	см	см	см	Н	Н	Н	Н	Н·см	Н/см
1	120	90	130	150	250	500	400	150	50
2	130	70	120	250	150	700	300	140	70
3	100	120	110	150	200	600	450	200	150
4	140	80	100	100	100	550	300	250	100
5	150	90	80	200	150	500	450	140	120
6	100	60	120	100	250	350	500	160	110
7	110	140	180	100	250	750	450	130	90
8	60	120	160	150	100	600	550	170	80
9	80	120	100	250	125	750	400	200	140
0	110	80	40	100	150	300	450	300	100

Задание № 4 (С4)

РАВНОВЕСИЕ АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ СИЛ.

Цель работы: Изучить равновесие абсолютно твердого тела под действием произвольной пространственной системы сил. Закрепить теоретические знания и получить навыки по составлению уравнений равновесия для произвольной пространственной системы сил.

Постановка задачи. Абсолютно твердое тело в виде плиты АВСД весом P_1 или двух «сваренных» под прямым углом друг с другом однородных прямоугольных плит АВДС и СЕFД весом P_1 и P_2, соответственно, находится в равновесии под действием сил $\overline{F_1}$ и $\overline{F_2}$, пары сил с моментом М и распределенной по ребру плиты нагрузки интенсивностью q (Рис.1-30 на стр.40-43). Каждая из плит расположена параллельно одной из координатных плоскостей. Внешними связями являются сферический шарнир или подпятник, цилиндрический шарнир и невесомый стержень. Внешние силы $\overline{F_1}$ и $\overline{F_2}$ приложены в углах или в серединах сторон плит. Пара сил с моментом М действует в плоскости одной из плит.

***Определить** реакции связей. Данные для расчета в таблице 5, стр.34.*

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

К решению постановленной задачи можно приступить, изучив теорию, связанную с равновесием произвольной пространственной системы сил, ([1], гл.7, §28; [2], гл.5, §41, §43-45 и др.).

Для равновесия произвольной пространственной системы сил, приложенной к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы главный вектор $\overline{R}$ этой системы сил и её главный момент $\overline{M}_0$ относительно произвольно выбранного центра 0 были равны нулю (26), (27).

$$\overline{R} = \sum \overline{F}_k = 0, \tag{26}$$

$$\overline{M}_0 = \sum \overline{m}_0(\overline{F}_k) = 0. \tag{27}$$

В проекциях на оси декартовой системы координат уравнения (26), (27) приводят к системе шести уравнений (28) – (33), выражающих условия равновесия пространственной системы сил.

$$\sum F_{kx} = 0, \quad (28) \qquad \sum m_x(\overline{F}_k) = 0, \quad (31)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \quad (29) \qquad \sum m_y(\overline{F}_k) = 0, \quad (32)$$

$$\sum F_{kz} = 0, \quad (30) \qquad \sum m_z(\overline{F}_k) = 0. \quad (33)$$

Здесь F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} - проекции заданных сил и реакций связей на оси $0x$, $0y$, $0z$; m_x, m_y, m_z - моменты заданных сил и реакций связей относительно тех же осей.

Момент силы относительно оси Ox будет иметь знак плюс, если при наблюдении с положительного конца оси $0x$ поворот, который стремится совершить сила $\overline{F}_{yz}$ (проекция $\overline{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси $0x$), виден происходящим против хода часовой стрелки.

Чтобы вычислить момент силы, например, относительно оси $0x$, надо:

1. В произвольной точке оси построить плоскость, перпендикулярно оси $0x$.
2. Спроектировать силу $\overline{F}$ на эту плоскость и найти величину $\overline{F}_{yz}$.
3. Найти плечо h этой силы в построенной плоскости относительно точки пересечения оси с этой плоскостью.
4. Вычислить произведение $F_{yz} \cdot h$ с учетом знака.

Отметим два частных случая: если сила параллельна оси или её линия действия пересекает эту ось, то момент силы относительно оси равен нулю.

При вычислении моментов силы относительно координатных осей иногда удобно пользоваться теоремой Вариньона для моментов силы относительно оси.

Если сила $\overline{F}$ задана аналитически, т.е. известны её проекции на оси F_x, F_y, F_z и координаты точки её приложения (x, y, z), то моменты силы относительно осей могут быть вычислены и по формулам (34):

$$m_x(\overline{F}) = yF_z - zF_y, \; m_y(\overline{F}) = zF_x - xF_z, \; m_z(\overline{F}) = xF_y - yF_x. \quad (34)$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ И САМОКОНТРОЛЯ

1. Дайте определение проекции вектора на ось и на плоскость.
2. Покажите реакции сферического шарнира и пространственной заделки.
3. Сформулируйте основную теорему статики о приведении произвольной пространственной системы сил к центру.
4. Опишите частные случаи приведения сил к центру.

5. Дайте определение момента силы относительно оси.
6. Расскажите практический метод определения момента силы относительно оси.
7. Как можно вычислить момент силы относительно оси, когда сила задана аналитическим методом?
8. Сформулируйте теорему Вариньона о моменте равнодействующей относительно оси.
9. Сформулируйте геометрические условия равновесия произвольной пространственной системы сил.
10. Сформулируйте аналитические условия равновесия произвольной пространственной системы сил.
11. Сформулируйте частные случаи условий равновесия пространственной системы сил: система сходящихся сил, система параллельных сил.
12. Когда задача о равновесии пространственной системы сил будет статически определимой?
13. Что называется центром параллельных сил?
14. По каким формулам можно вычислить координаты центра параллельных сил?
15. Что называется центром тяжести твердого тела?
16. Что называется весом тела?
17. По каким формулам можно вычислить центр тяжести твердого тела, объема, площади, линии?
18. Опишите способы вычисления координат центра тяжести.
19. Опишите экспериментальные способы определения координат центра тяжести.

ПРИМЕР НА ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЯ С4 И ПОРЯДОК РАСЧЕТА

Постановка задачи. Однородная плита ОАВС весом Р (рис.9) находится в равновесии под действием силы $\overline{F}$, пары сил с моментом М и распределенной нагрузки интенсивности q. Найти реакции опор, если AB=4,2 м; BC=3,6 м; P=3 кН; F=2,4 кН; M=1,6 кН·м; $q_{\max} = 2{,}2$ кН/м.

Решение:

1. Выделить тело, равновесие которого изучается и изобразить его на новом чертеже. В данной задаче изучается равновесие плиты *ОАВС*.

2. *Указать активные силы, действующие на тело.* На плиту действуют заданные (известные) силы $\overline{P}$, $\overline{F}$, пара сил с моментом *M*, распределенная по закону треугольника нагрузка q. В расчетной схеме заменим её равнодействующей силой $\overline{Q}$, приложенной на расстоянии равном ВС /3 от точки С (рис.10).

$$Q = \frac{1}{2} q_{\max} \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2{,}2 \cdot 3{,}6 = 3{,}96 \text{ кН}.$$

3. *Пользуясь принципом освобождаемости от связей, мысленно отбросить связи, заменяя их соответствующими реакциями.* Принимая расчетное направление неизвестных реакций в сферическом и

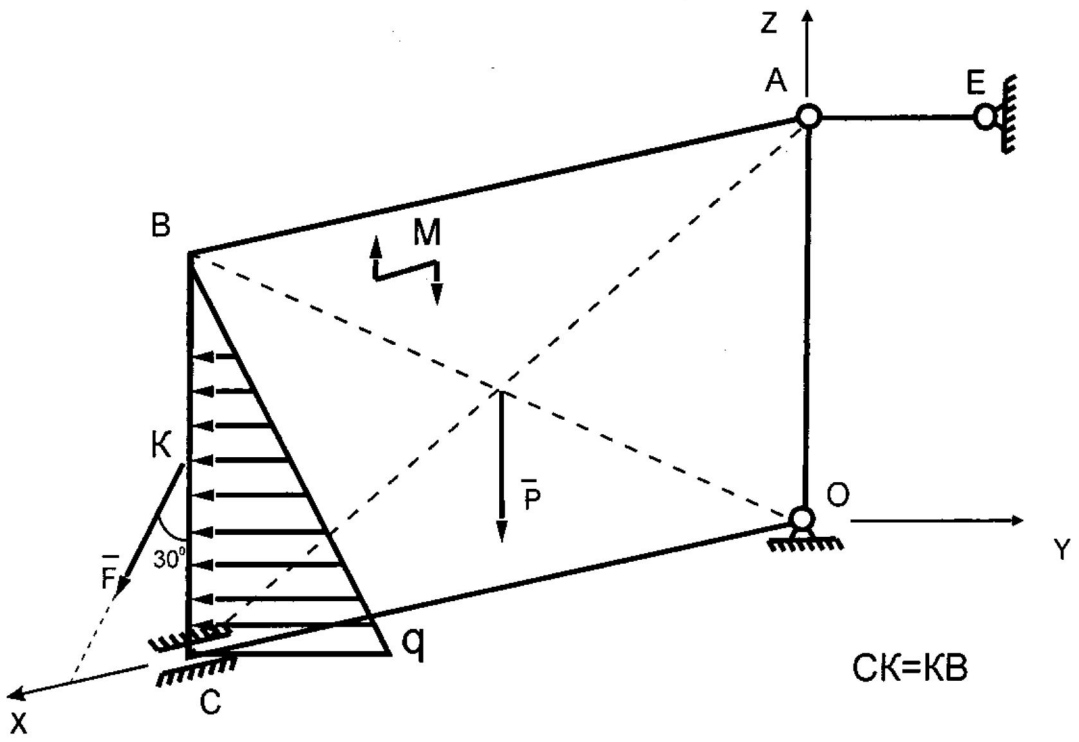

Z
A
E
B
M
K
P
O
Y
F
30°
q
C
X
CK=KB

Рис. 9

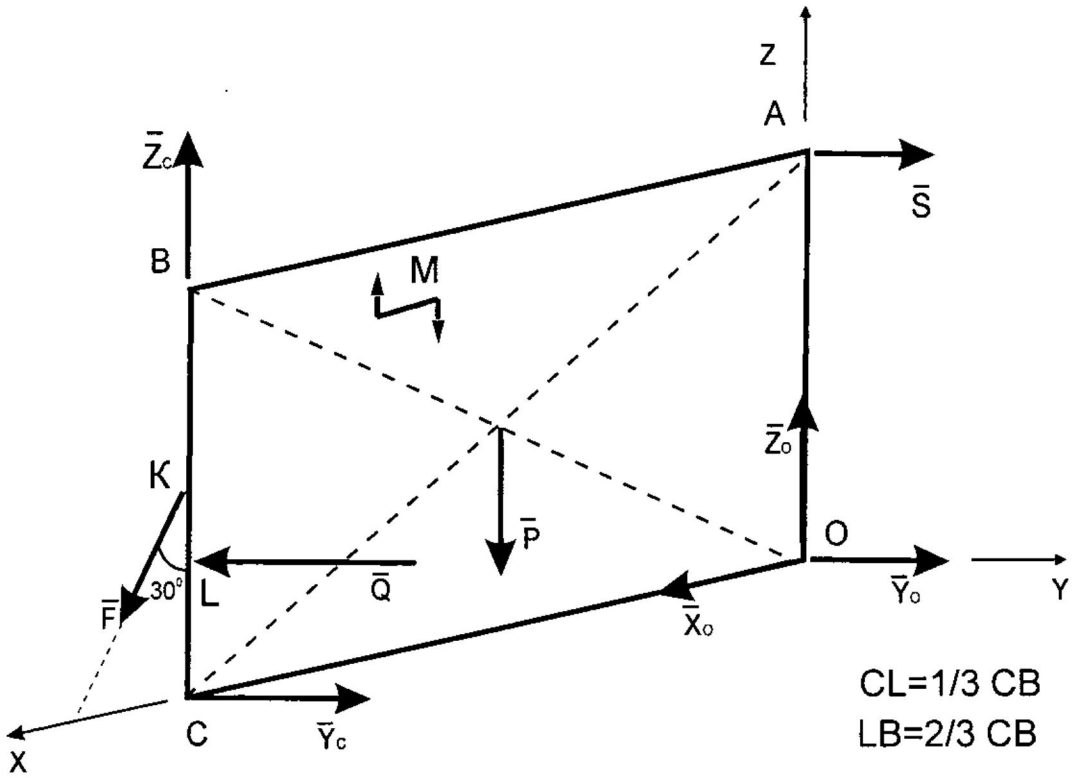

Z
A
Zc
S
B
M
Zo
K
P
O
30°
L
Q
Yo
Y
F
Xo
CL=1/3 CB
LB=2/3 CB
C
Yc
X

Рис. 10

цилиндрическом шарнирах положительными в выбранной системе координат и считая стержень AE растянутым, покажем эти реакции на рис.10.

4. *Рассматривая тело как свободное, находящееся в равновесии под действием активных сил и реакций связей, составим уравнения равновесия:*

$$\sum F_{kx} = x_O + F \cdot \cos 60^\circ = 0; \tag{35}$$

$$\sum F_{ky} = y_O + y_C + S - Q = 0; \tag{36}$$

$$\sum F_{kz} = z_O + z_C - P - F\cos 30^\circ = 0; \tag{37}$$

$$\sum m_x\left(\overline{F}_k\right) = -S \cdot AO + Q \cdot BC/3 = 0; \tag{38}$$

$$\sum m_y\left(\overline{F}_k\right) = -Z_C \cdot OC + P \cdot \frac{OC}{2} - M + F\cos 30^\circ \cdot OC + \\ + F\cos 60^\circ \cdot \frac{OA}{2} = 0, \tag{39}$$

$$\sum m_z\left(\overline{F}_k\right) = Y_C \cdot OC - Q \cdot OC = 0. \tag{40}$$

Анализируя систему уравнений (35) –(40), можно убедиться, что в неё входят только шесть неизвестных X_O, Y_O, Z_O, Y_C, Z_C, P_1. Другими словами, задача является статически определимой.

5. *Решить систему уравнений равновесия (35)-(40) и определить неизвестные величины*. Из уравнения (35) получим первую неизвестную

$$X_O = -2{,}4 \cdot 0{,}5 = -1{,}2 \text{ кН}.$$

Из уравнения (38) можно получить $S = 3{,}96 \cdot 1{,}2/3{,}6 = 1{,}32$ кН.

Уравнение (39) позволяет найти

$$Z_C = \left[3 \cdot 2{,}1 - 1{,}6 + 2{,}4\left(0{,}87 \cdot 4{,}2 + 0{,}5 \cdot 1.8\right)\right]/4{,}2 = 3{,}72 \text{ кН}.$$

Уравнение (40) позволяет определить $Y_C = 3{,}96$ кН.

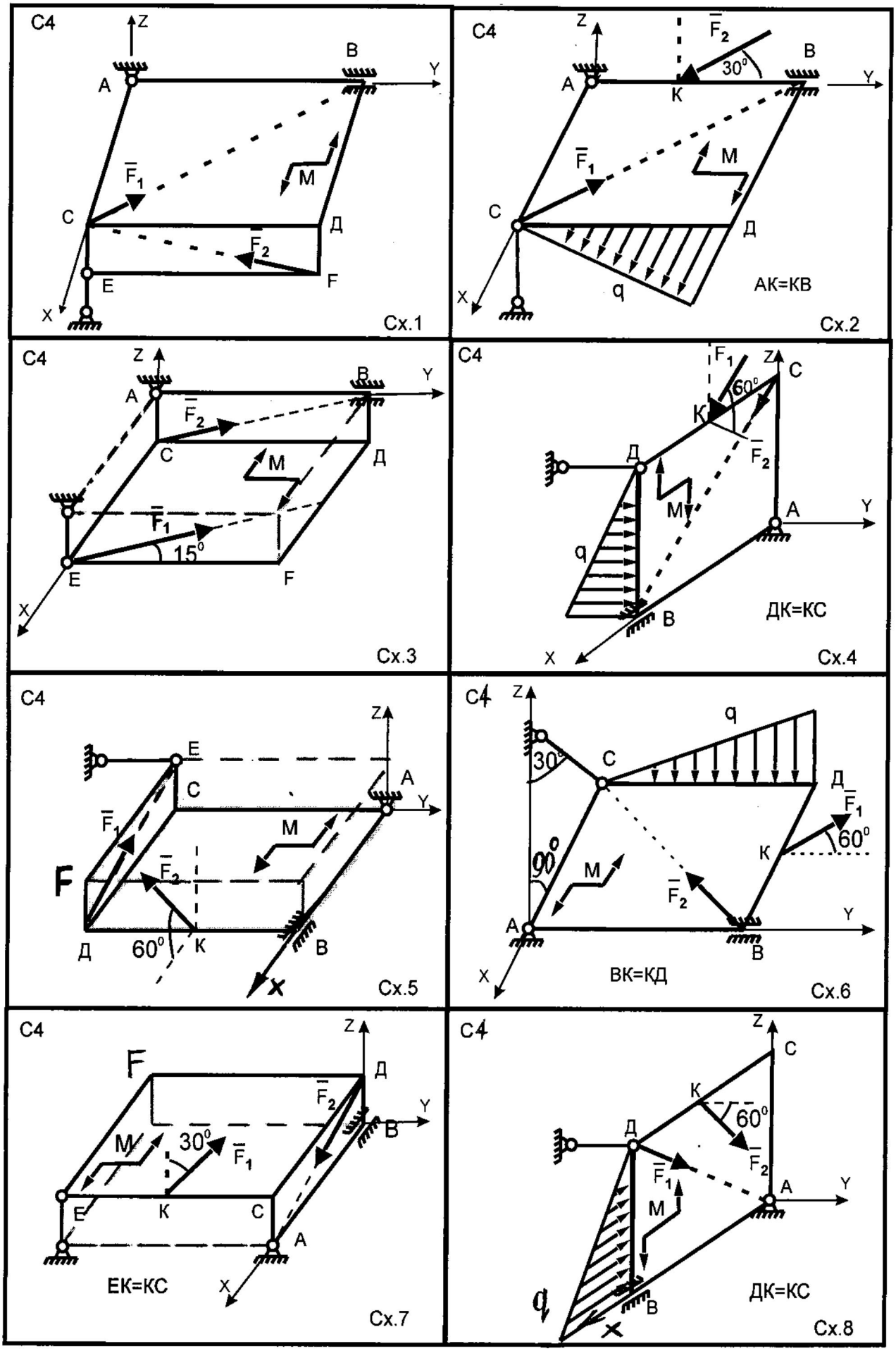
Тогда из уравнения (36) найдем

$$Y_O = -Y_C - S + 3{,}96 = -3{,}96 - 1{,}32 + 3{,}96 = -1{,}32 \text{ кН},$$

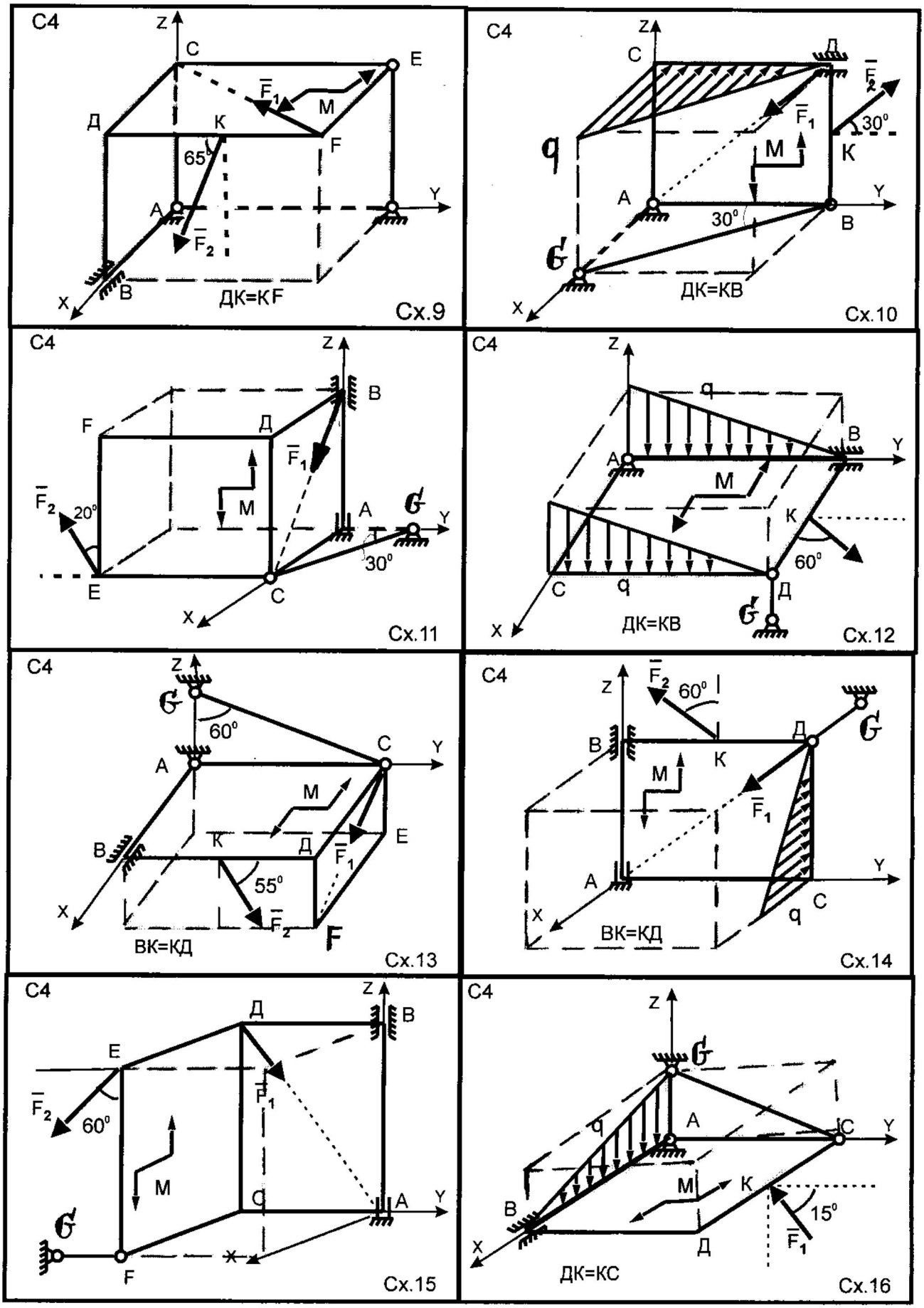
а из уравнения (37):

$$Z_O = -Z_C + 3 + 2{,}4 \cdot 0{,}87 = -3{,}72 + 5{,}09 = 1{,}37 \text{ кН}.$$

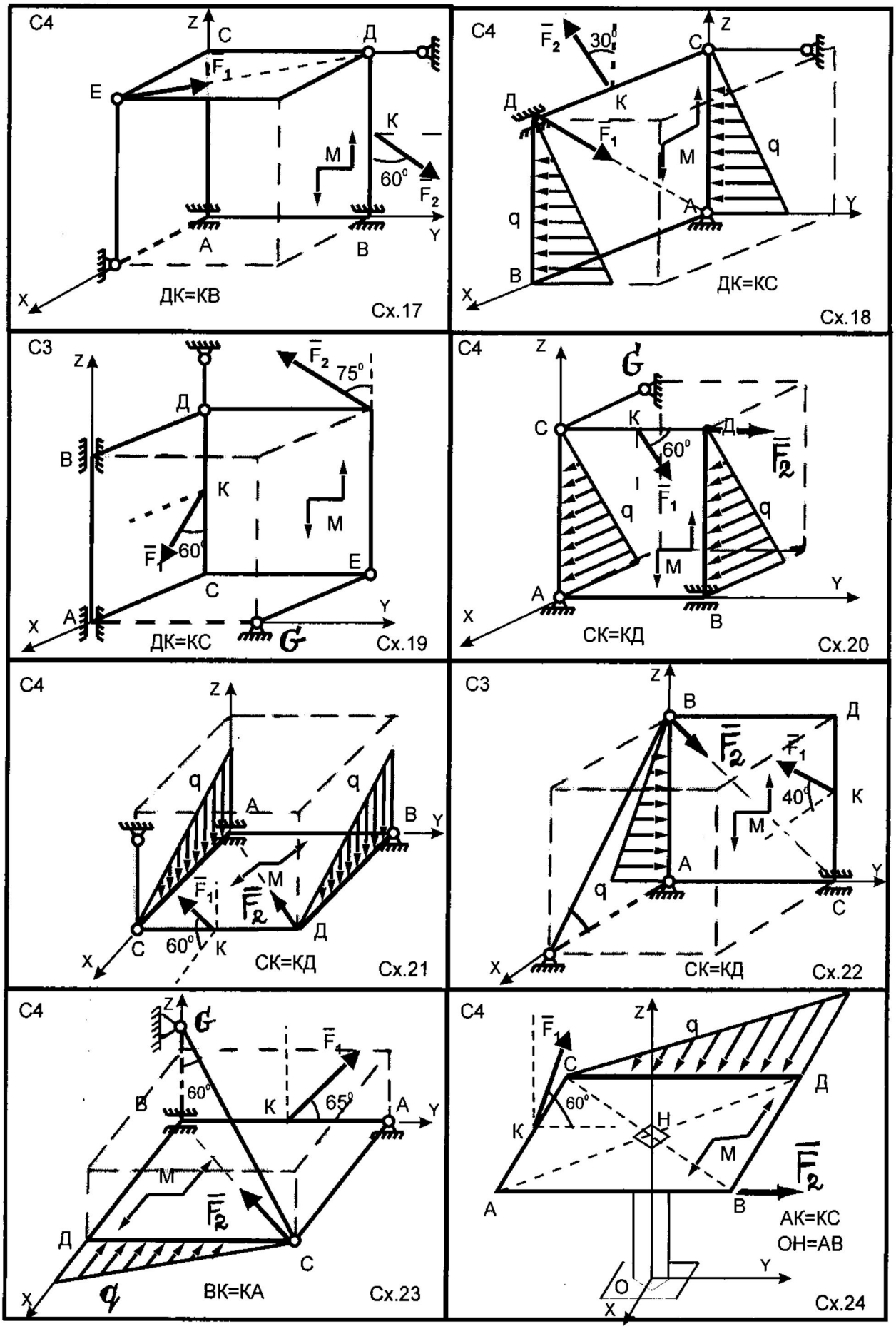
6. *Произведем анализ полученного решения.* Как и ранее, отрицательный знак реакций $\overline{X}_O$, $\overline{Y}_O$ указывает на то, что истинное направление реакции противоположно показанному на рис.10. Действительно, если бы мы «отгадали» истинное направление указанных реакций и учли это при составлении уравнений равновесия, то из решения их значения оказались бы положительными. *Запишите ответ.*



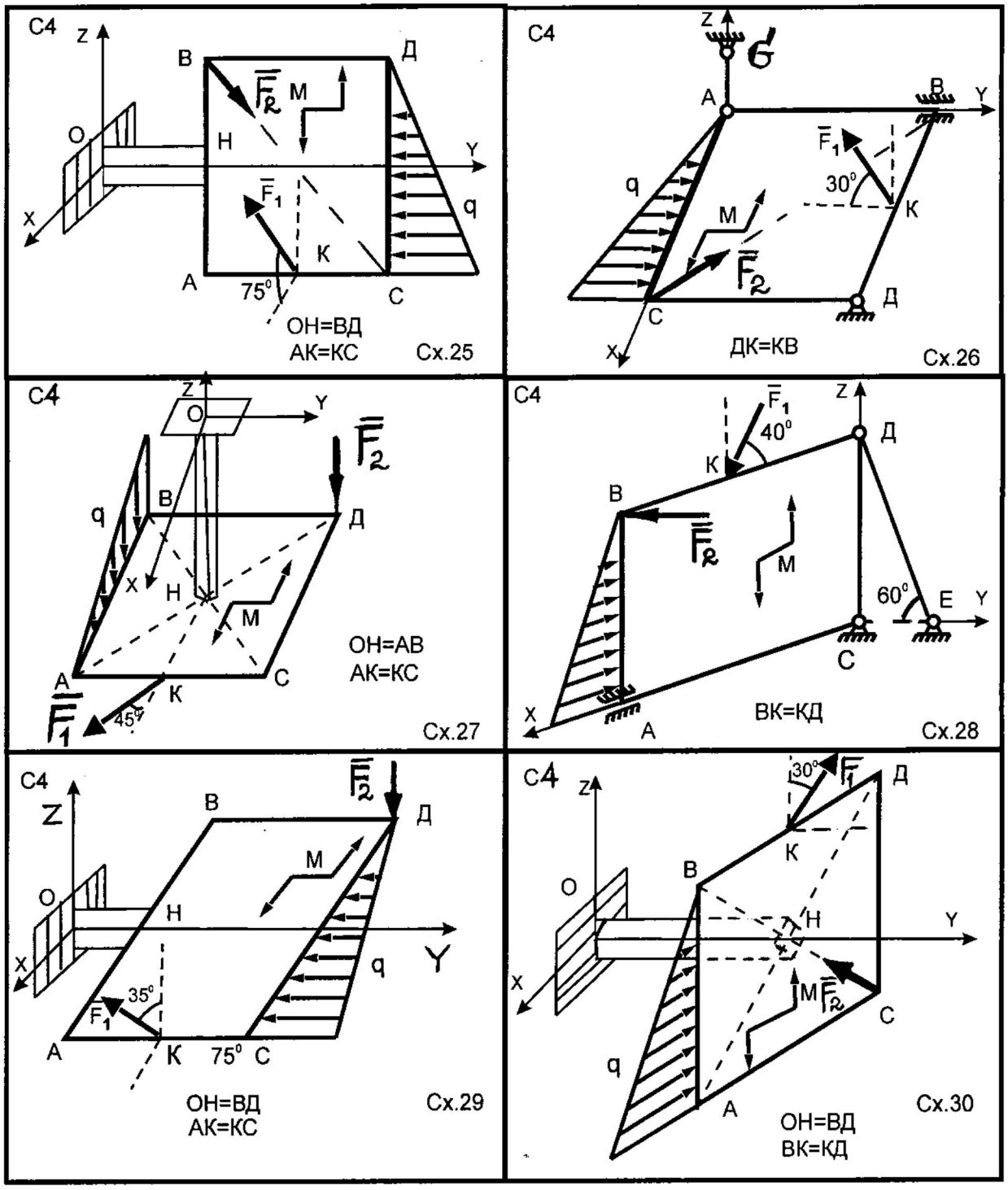
Рисунки 1 - 8 к заданию С4



Рисунки 9 -16 к заданию С4



Рисунки 17 -24 к заданию С4



Рисунки 25 -30 к заданию С4

ЛИТЕРАТУРА

1.Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учебник для втузов. – 14-е изд., стереотипное- М.: Высшая школа, 2004 . - 416с.

2. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Ч. I. Статика. Кинематика. Учебник для втузов. Изд. 5-е испр. М.: Высшая школа, 1977. - 368с.

3. Воронков И.М. Курс теоретической механики. - М.: Наука, 1964. - 596с.

4. Айзенберг Т.Б., Воронков И.М., Осецкий В.М. Руководство к решению задач по теоретической механике. М.: Высшая школа, 1968. - 420с.

5. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1. М.: Наука, 1967. - 512с.

6. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике /Под общей редакцией проф. А.А. Яблонского.- 4-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1985. - 367с.

7. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. М.: Наука, 1986. - 448с.

8. Сборник коротких задач по теоретической механике / Под ред. О.Э. Кепе. - М.: Высшая школа, 1989. - 368с.

9.Статика (ч.1). Задания и краткие методические указания к выполнению расчетно-графических работ по теоретической механике для студентов специальностей 2903, 2906, 2907, 2908, 2910. Составитель: Шигабутдинов Ф.Г. /Казань, КГАСА, 1995г., 32с.

10.Статика (ч.2). Задания и краткие методические указания к выполнению расчетно-графических работ по теоретической механике для студентов специальностей 2903, 2906, 2907, 2908, 2910. Составители: Шигабутдинов Ф.Г., Алексеева О.В./ Казань, КГАСА, 1996г., 24с.

11.Статика. Задания и методические указания к выполнению курсовой работ по теоретической механике для студентов специальностей 2903, 2906, 2907, 2908, 2910. Составители: Шигабутдинов Ф.Г., Алексеева О.В./Казань, КГАСА, 1999г., 45с.

12. Шигабутдинов Ф.Г., Шигабутдинов А.Ф. Краткий курс теоретической механики. / Учебное пособие. - Казань: Казанская государственная архитектурно-строительная академия, - 2001. – 123с.

13. Шигабутдинов Ф.Г., Камалов А.З., Шигабутдинов А.Ф. Сборник задач по теоретической механике. Статика./ Учебное пособие.- Казань: Казанская государственная архитектурно-строительная академия, - 2004. – 180с.