

Министерство образования и науки Российской Федерации
Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Кафедра высшей математики

Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.
Вычисление пределов.
Производная и её приложения.

Варианты контрольных работ № 1, 2
для студентов I курса заочного отделения.

Казань-2013

УДК 512

Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Вычисление пределов. Производная и её приложения. Варианты контрольных работ № 1, 2 для студентов I курса заочного отделения / Сост.: А.Г. Лабуткин, В.В. Селезнёв, Р.Р. Шарипов. – Казань: КГАСУ, 2013. – **18** с.

©Казанский государственный
архитектурно-строительный
университет, 2013

Контрольная работа № 1

Состав контрольной работы

В контрольную работу входит 4 задания.

Первое задание относится к теме “Векторная алгебра” и состоит из восьми вопросов к одному условию.

Во втором задании используются основные определения кривых второго порядка.

Третье посвящено разделу математики “Линейная алгебра” и относится к теме “Системы линейных уравнений”.

В четвёртом задании требуется получить канонический вид уравнения кривой второго порядка и построить её.

Определение варианта

Номер выполняемого варианта совпадает с последней цифрой номера зачётной книжки. Значение параметра m , входящего в условие задачи, определяется, как вторая цифра с конца номера. Если данная цифра равна нулю, то $m = 1$. Значение параметра n , определяется, как последняя цифра текущего года. Например, зачётная книжка № 0806506 и текущий год 2018, тогда ваш вариант 6-й, $m = 1$ и $n = 8$.

Задание 1.1

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- длину ребра A_1A_2 ;
- угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
- угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;
- площадь грани $A_1A_2A_3$;
- объём пирамиды;
- уравнение прямой A_1A_2 ;
- уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;
- уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Вариант	Координаты вершин
1	$A_1(m, 2, 5), A_2(n, 7, 2), A_3(0, 2, 7), A_4(1, 5, 0).$
2	$A_1(4, m, 10), A_2(n, 10, 2), A_3(2, 8, 4), A_4(9, 6, 4).$
3	$A_1(m, 5, 6), A_2(n, 2, -1), A_3(-1, 4, 5), A_4(-2, 3, 5).$
4	$A_1(4, m, 6), A_2(n, 9, 4), A_3(5, 10, 3), A_4(3, 1, 3).$
5	$A_1(10, 6, m), A_2(-2, n, 2), A_3(1, -3, 4), A_4(2, -3, 2).$
6	$A_1(6, -3, m), A_2(7, n, -7), A_3(4, -1, 4), A_4(4, -3, -2).$
7	$A_1(m, 8, 0), A_2(-2, 2, l), A_3(0, 4, -4), A_4(-2, 4, -1).$
8	$A_1(2, m, 2), A_2(-2, n, 7), A_3(2, -2, 5), A_4(-1, -2, 5).$
9	$A_1(6, m, 6), A_2(-3, n, 7), A_3(3, -1, 6), A_4(0, -1, 2).$
10	$A_1(-1, 0, m), A_2(n, 3, -4), A_3(-2, 1, -3), A_4(-2, 4, -3).$

Задание 1.2

Решить задачу в соответствии с вариантом.

Вариант	Задача
1	Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от начала координат и от точки $A(m + 1, n)$ относятся как $2 : 1$.
2	Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от точки $A(2, m - 4)$ и от прямой $(n + 1)x + m = 0$ относятся как $1 : \sqrt{m + 2}$.
3	Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой до точки $A(-1, n - 5)$ и до прямой $x = -m - 2$ относятся как $5 : 4$.
4	Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки $A(m - 5, 0)$, чем от точки $B(n + 5, 0)$.
5	Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки $A(2, n - 5)$ и от прямой $(m + 1)x + n = 0$ относятся как $4 : 5$.
6	Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится от точки $A(0, n + 5)$ на расстоянии вдвое меньшем, чем от точки $B(0, m - 5)$.
7	Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от точки $A(m, n - 5)$ и прямой $y = m + 5$.

Задание 1.2 (продолжение)

Вариант	Задача
8	Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от прямой $x = -m$ и от окружности $x^2 + y^2 = 2(n + 1)x$.
9	Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой отстоит от точки $A(-m - 1, n - 5)$ втрое дальше, чем от начала координат.
10	Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от прямой $y = -n$ и от окружности $x^2 + y^2 = 2(m + 1)y$.

Задание 1.3

Дана система линейных уравнений. Доказать её совместность и решить методом Гаусса.

Вариант	Система уравнений
1	$\begin{cases} mx_1 + 2x_2 + x_3 = 5 + n \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + (m - 1)x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$
2	$\begin{cases} mx_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 + n \\ 2x_1 - (m - 6)x_2 - 3x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} mx_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 + n \\ 2x_1 + (m - 2)x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$
4	$\begin{cases} mx_1 + x_2 - x_3 = 1 + n \\ 8x_1 - 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ 4x_1 + (m - 7)x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases}$
5	$\begin{cases} mx_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 + n \\ 2x_1 + (m - 3)x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$
6	$\begin{cases} mx_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3 + n \\ 3x_1 - (m - 8)x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9 \end{cases}$

Задание 1.3 (продолжение)

Вариант	Система уравнений
7	$\begin{cases} m x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 + n \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 - (m - 4)x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$
8	$\begin{cases} 7x_1 + (m + 9)x_2 = 31 + n \\ 4x_1 + (m + 9)x_3 = -43 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20 \end{cases}$
9	$\begin{cases} m x_1 - x_2 - x_3 = 4 + n \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + (m - 5)x_3 = 11 \end{cases}$
10	$\begin{cases} (m + 1)x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 + n \\ 5x_1 + (m - 2)x_2 + 2x_3 = 20 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$

Задание 1.4

Привести к каноническому виду уравнения линий второго порядка. Сделать чертежи.

Вариант	Уравнения линий
1	$m x^2 + 2y^2 = 2, \quad \frac{x^2}{4} - \frac{m y^2}{2} = 3, \quad 2x^2 - 4m x + 2y + 1 = 0$
2	$\frac{x^2}{3} + \frac{m y^2}{2} = 3, \quad y^2 - \frac{m x^2}{4} = 2, \quad x^2 + 2m x - 3y - 3 = 0$
3	$2m x^2 + 3y^2 = 1, \quad 2x^2 - \frac{m y^2}{2} = 3, \quad 3x^2 - 30m x + y + 4 = 0$
4	$4m x^2 + y^2 = 2, \quad 2m y^2 - x^2 = 1, \quad 2y^2 + 3m x + 4y + 4 = 0$
5	$m x^2 + 3y^2 = 3, \quad \frac{x^2}{2} - m y^2 = 2, \quad y^2 - 2m x - 4y + 5 = 0$
6	$3m x^2 + \frac{y^2}{2} = 4, \quad -x^2 + 2m y^2 = 2, \quad 3x^2 - 18m x - y + 14 = 0$
7	$\frac{m x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 2, \quad x^2 - 3m y^2 = 3, \quad x^2 + 4m x + 3y - 6 = 0$
8	$4m x^2 + 5y^2 = 4, \quad \frac{x^2}{4} - \frac{m y^2}{3} = 2, \quad x^2 + 8m x - 4y - 3 = 0$
9	$\frac{m x^2}{2} + y^2 = 3, \quad 2m y^2 - 3x^2 = 4, \quad 3y^2 + 18m y - 2x + 10 = 0$
10	$\frac{m x^2}{2} + y^2 = 2, \quad \frac{x^2}{3} - \frac{m y^2}{4} = 2, \quad y^2 + 6m x + 6y - 11 = 0$

Контрольная работа № 2.

Вычисление пределов. Производная и её приложения.

Состав контрольной работы

В контрольную работу входит 4 заданий. В 1-ом задании требуется вычислить предел функции. 2-е, 3-е и 4-е задания посвящены производной и её применению в исследовании функций. Определение варианта: *ваш вариант N совпадает с двумя последними цифрами номера зачётной книжки.*

Таблица вариантов

<i>N</i>	Номера							<i>N</i>	Номера						
<i>0</i>	5	47	66	87	133	157	181	<i>25</i>	28	47	70	93	137	142	179
<i>1</i>	26	59	67	96	122	168	201	<i>26</i>	10	57	73	82	115	155	203
<i>2</i>	16	45	63	89	130	162	219	<i>27</i>	5	51	66	95	111	145	185
<i>3</i>	40	42	73	94	126	160	200	<i>28</i>	4	54	69	84	128	164	197
<i>4</i>	6	53	71	105	121	170	175	<i>29</i>	34	56	68	104	118	165	216
<i>5</i>	5	52	68	82	115	167	182	<i>30</i>	16	55	64	98	114	160	175
<i>6</i>	39	45	73	86	117	143	216	<i>31</i>	38	54	66	102	112	153	229
<i>7</i>	3	44	62	99	127	153	238	<i>32</i>	7	58	69	88	117	165	234
<i>8</i>	10	55	75	94	134	160	187	<i>33</i>	26	59	63	88	120	164	172
<i>9</i>	17	43	65	99	124	148	231	<i>34</i>	37	59	69	92	117	168	187
<i>10</i>	22	49	69	107	119	167	173	<i>35</i>	26	41	79	84	126	165	176
<i>11</i>	20	57	63	86	114	170	180	<i>36</i>	25	49	79	86	131	162	219
<i>12</i>	34	41	76	94	115	148	220	<i>37</i>	8	59	64	88	132	168	172
<i>13</i>	34	52	76	110	138	167	226	<i>38</i>	12	52	68	97	120	157	226
<i>14</i>	18	55	79	94	137	144	182	<i>39</i>	3	55	78	101	135	144	176
<i>15</i>	4	48	80	108	123	141	180	<i>40</i>	7	49	69	90	114	167	222
<i>16</i>	15	44	66	102	120	155	213	<i>41</i>	5	50	69	91	134	156	233
<i>17</i>	37	41	71	104	137	147	199	<i>42</i>	1	59	73	94	136	168	205
<i>18</i>	31	45	61	83	121	165	229	<i>43</i>	35	44	73	105	114	148	223
<i>19</i>	18	57	72	85	123	160	182	<i>44</i>	11	42	79	92	135	159	182
<i>20</i>	2	43	64	91	131	146	231	<i>45</i>	35	44	70	95	131	142	176
<i>21</i>	31	52	71	96	124	145	206	<i>46</i>	2	45	75	98	127	169	193
<i>22</i>	18	51	68	90	115	160	199	<i>47</i>	6	57	65	98	135	170	187
<i>23</i>	16	48	79	83	116	153	203	<i>48</i>	28	58	68	89	118	143	191
<i>24</i>	32	54	65	90	138	156	184	<i>49</i>	1	42	76	83	118	156	213

Таблица вариантов к контрольной работе № 2 (продолжение)

<i>N</i>	Номера							<i>N</i>	Номера						
50	33	43	66	107	140	160	218	75	15	52	76	100	134	168	183
51	29	59	69	86	139	164	192	76	23	47	66	102	139	153	207
52	22	48	76	99	120	156	229	77	25	42	79	106	139	152	228
53	13	45	64	94	129	170	213	78	13	50	68	83	126	170	230
54	24	48	68	89	129	149	209	79	38	55	64	105	116	146	189
55	9	52	79	92	139	152	238	80	31	56	67	94	140	143	217
56	9	54	73	87	123	152	187	81	19	44	62	87	127	154	193
57	30	54	70	86	137	159	185	82	22	57	65	88	120	165	211
58	34	58	65	106	129	158	171	83	30	48	76	91	121	157	194
59	36	54	77	90	137	160	201	84	4	54	73	103	111	143	233
60	25	58	76	104	129	142	223	85	33	49	75	105	112	144	196
61	29	51	69	88	129	155	218	86	38	54	61	86	130	162	171
62	13	50	78	97	119	165	196	87	8	53	80	96	121	147	234
63	40	45	72	91	111	148	202	88	3	50	66	85	140	148	191
64	2	45	67	107	128	163	182	89	13	53	79	93	114	167	206
65	22	44	64	90	121	161	185	90	14	46	77	90	115	149	210
66	36	55	68	100	140	146	211	91	24	44	63	97	126	168	205
67	4	42	79	95	119	154	231	92	8	48	74	105	124	166	193
68	15	57	66	103	134	151	186	93	4	43	78	91	121	163	204
69	33	49	79	100	112	161	233	94	18	50	64	110	133	147	203
70	30	43	64	104	112	153	180	95	9	56	79	85	139	152	222
71	39	41	63	88	132	146	222	96	39	42	76	92	119	161	225
72	35	42	63	87	124	170	199	97	17	59	66	105	125	169	226
73	8	43	71	109	137	161	229	98	26	47	72	90	137	169	221
74	8	60	65	84	116	160	175	99	26	54	76	97	113	146	231

Задание 2.1

Вычислить пределы.

Номера к заданию 2.1

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^2 + 2}{3x^3 - x^4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{1/3}(2x - 1)}{2\sqrt{x + 2} + 3x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 - 2x)^3}{2x(x^2 + 1) + 3x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x^3}{(x^2 - 1)(x + 2)}$$

Номера к заданию 2.1 (продолжение)

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^3}{x^4 + 2x + 1}$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{(x - 1)(x + 5)}$
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 1}{(x - 1)x^2 + (3x + 1)^3}$
11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{3x - x^2 + 1}$
13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + 1)(x^2 + 2)}{4x^3 + 2x^2 + 1}$
15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x - 2)^3}{3(x - 2)(x + 3)^2 - 1}$
17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2x^2}{5x^2 - 2x + 3}$
19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + 2)^2(2 - x^2)}{3x^4 + 2}$
21. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 3x + 2}$
23. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - 5x + 4}$
25. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{10 + x} - 3}{x + 1}$
27. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{5 - 2x} - 3}$
29. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{5 - x} - 3}{4 + x}$
31. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$
33. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 + x - 1}{4x^2 - 1}$
35. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$
37. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{5 - 2x} - 3}{x^2 - 4}$
39. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{4 + x}{x^2 + 5x + 4}$
41. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x} \cdot x}{\sqrt[3]{x^2} \sin 2x}$
43. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x \cdot \sin^3 x}{3x^2 \operatorname{tg} 3x}$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x(x + 3)}{(x - 1)(x + 2)^2}$
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2}{2 - 3x + x^2}$
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + 1)(x^2 + 1)^2}{4x^6 + x - 1}$
12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x(x^2 + 3) - 1}{(x + 1)^3 - 2x}$
14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 3x^3}{x^2 + 2x^4 - 1}$
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2 - 3x^2)(x + 1)}{2 + 3x^3}$
18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - x^2(3x - 1)}{1 + x + (x - 2)^3}$
20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x^4 - 1}{2x^4 - 3x^3}$
22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{17 - x} - 4}$
24. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - x - 20}$
26. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 6x + 8}{x + 2}$
28. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - x^2}$
30. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{7 - x}{2\sqrt{x - 3} - 4}$
32. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x - 1 - \sqrt{x + 1}}$
34. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{3(\sqrt{x - 4} - \sqrt{2})}$
36. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{\sqrt{x + 7} - 2}$
38. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{x^2 - 3x + 2}$
40. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1 - 3x}{x^2 + 2x}$
42. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{\operatorname{tg}(x^2)}$
44. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 2x - \cos 2x}{x^2 \cdot \sin 3x}$

Номера к заданию 2.1 (продолжение)

- | | |
|--|---|
| 45. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} x}{\sqrt{\sin^3 3x}}$ | 46. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \cdot \sin^2 2x}{3x \cdot \operatorname{tg}(x/3)}$ |
| 47. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos^2 5x}{\sin^3 x}$ | 48. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(x/2)}{\sin^2 x}$ |
| 49. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{(1 - \cos 4x)^{3/2}}$ | 50. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x/2)}{2x \cdot \sin(x/2)}$ |
| 51. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x \cdot \operatorname{tg}(x/2)}{\sin^2 2x \cdot \cos^2 3x}$ | 52. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} \cdot \sin 2x}{\cos 4x - 1}$ |
| 53. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \sin^2 x}{\sqrt[3]{(1 - \cos 3x)^2}}$ | 54. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sqrt[3]{x} \sin 4x}$ |
| 55. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\sqrt{\operatorname{tg} x - \sin x}}$ | 56. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \operatorname{tg}^2 3x}{\sin^3 5x}$ |
| 57. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{2x \cdot \sin 3x}$ | 58. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \operatorname{tg} 3x}{1 - \cos 3x}$ |
| 59. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$ | 60. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^3}{\operatorname{tg}^3 x - \sin^3 x}$ |
| 61. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{5+x} \right)^{2-x}$ | 62. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-1} \right)^{3x}$ |
| 63. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{4+x} \right)^{-\frac{x}{3}}$ | 64. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+1} \right)^{2x}$ |
| 65. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{\frac{3x}{2}}$ | 66. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+5x}{3+5x} \right)^{1-x}$ |
| 67. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2}{3+4x^2} \right)^{-x^2}$ | 68. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5+2x}{2x-3} \right)^{1-2x}$ |
| 69. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{2+3x} \right)^{\frac{x+1}{2}}$ | 70. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5+x}{x-3} \right)^{2+x}$ |
| 71. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2+2}{3x^2} \right)^{-x}$ | 72. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)^{2-x}$ |
| 73. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+7}{5x+1} \right)^{\frac{3x}{2}}$ | 74. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-x}{5-x} \right)^{\frac{x-1}{2}}$ |
| 75. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+4x}{4x-3} \right)^{-3x}$ | 76. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5-x^2}{x^2+8} \right)^{\frac{3x^2}{2}}$ |
| 77. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-2x}{2-2x} \right)^{2x-1}$ | 78. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+3x^2}{3x^2-4} \right)^{\frac{x^2}{2}}$ |
| 79. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x} \right)^{\frac{x+1}{2}}$ | 80. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+3x^3}{1+3x^3} \right)^{\frac{x^3}{3}}$ |

Задание 2.2

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

Номера к заданию 2.2

81. а) $y = 2\sqrt{4x+5} - \frac{3}{\sqrt{x^2+2x+1}}$, б) $y = (e^{-\sin x} + 1)^2$,
в) $y = \ln \cos(2x-3)$, г) $y = x^{x^2}$, д) $\operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right) = 3x$.
82. а) $y = x^2\sqrt{1+x^2}$, б) $y = \cos x / \sin^2 x$, в) $y = \operatorname{arctg} e^{3x}$,
г) $y = x^{1/x}$, д) $y - x + \arcsin y = 0$.
83. а) $y = x\sqrt{1-x^3}$, б) $y = 1/\cos^2 x$, в) $y = \arcsin \sqrt{1-3x}$,
г) $y = x^{\ln x}$, д) $y \cos x = \sin(x+y)$.
84. а) $y = (1-x)\sqrt{1-2x+5x^2}$, б) $y = \frac{\sin x}{x \cos x}$,
в) $y = \ln \operatorname{tg}(2x)$, г) $y = x^{\sqrt{x}}$, д) $\frac{x}{y} = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$.
85. а) $y = x/\sqrt{1-x^2}$, б) $y = \sin^2 x / (1 + \cos^2 x)$,
в) $y = \ln^2 \sin(3x)$, г) $y = x^{\operatorname{arctg} 3x}$, д) $e^{x+y} - 2xy = 0$.
86. а) $y = 5/\sqrt[3]{x^2-2x+2}$, б) $y = x \operatorname{tg}^3(x^2-1)$,
в) $y = 3^{\operatorname{arctg} 2x}$, г) $y = x^{\sin^2 x}$, д) $y^2 x = \ln \frac{x}{y}$.
87. а) $y = \sqrt{(1+x^2)/(1-x^2)}$, б) $y = x \ln \cos(3x)$,
в) $y = \arcsin \sqrt{1-x^2}$, г) $y = (x+x^2)^x$, д) $x^3 + y^3 = 4xy$.
88. а) $y = 2\sqrt{x^5+2x-3/x}$, б) $y = \ln^2 \frac{x}{\sin x}$,
в) $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$, г) $y = x^{\sin 4x}$, д) $x - y + \sin(2xy) = 0$.
89. а) $y = x\sqrt{x^2-x+1}$, б) $y = 2^x e^{-x}$, в) $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$,
г) $y = x^{-\cos x}$, д) $\ln(xy) = \operatorname{arctg} y$.
90. а) $y = (1-x)\sqrt[3]{x^3+1}$, б) $y = \operatorname{tg}^3 x + e^{x \sin x}$,
в) $y = \frac{2x^2}{x+1}$, г) $y = (\sin x)^{x^2}$, д) $x - y + e^y \operatorname{arctg} x = 0$.
91. а) $y = x^2\sqrt{1-x^2} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, б) $y = \ln \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$,
в) $y = e^{\sqrt{x \sin x}}$, г) $y = (x+1)^{\cos^2 x}$, д) $x^3 + y^3 - \arcsin(2xy) = 0$.

Номера к заданию 2.2 (продолжение)

92. а) $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$, б) $y = x 3^{\operatorname{arctg} e^x}$, в) $y = \sin^4 \cos(3x)$,
 г) $y = (\cos x)^{x^2}$, д) $\cos(xy) + e^{xy} = 1$.
93. а) $y = \frac{1+x^2}{1-x^2} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, б) $y = x \arcsin^2(3x)$,
 в) $y = 3^{x/\operatorname{tg} x}$, г) $y = (\operatorname{ctg} 2x)^x$, д) $x - y = \sin^2(x - y)$.
94. а) $y = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^3$, б) $y = (\cos 3x)/\sin^2 3x$,
 в) $y = x \ln(\sqrt{x} - \operatorname{tg} x)$, г) $y = x^{\operatorname{tg}^2 \sqrt{x}}$, д) $y = \operatorname{arctg}(3xy)$.
95. а) $y = \frac{x}{\sqrt{x^4 - 1}}$, б) $y = \operatorname{tg}^3 x - \frac{\sin 2x}{2 \cos^2 x}$,
 в) $y = \ln^2 \cos(4x - 1)$, г) $y = x^{e^{2x}}$, д) $x^2 - 2xy + 3y^2 = 0$.
96. а) $y = (x^2 + 1)\sqrt{1 - x^2}$, б) $y = \cos^2(\ln x) + \operatorname{ctg}^3(3x)$,
 в) $y = 2^{x \operatorname{arctg} x}$, г) $y = x^{\operatorname{tg} x^2}$, д) $y^2 = x^2 + \ln \frac{y}{x}$.
97. а) $y = \sqrt[3]{2x - 1} \sin \sqrt{x}$, б) $y = \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^2}$,
 в) $y = 2^{x \operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$, г) $y = x^{2\sqrt{x}}$, д) $y = \ln^2(x - y)$.
98. а) $y = (1 + x)/\sqrt{1 - x}$, б) $y = \sqrt{x} 5^{\arcsin 2x}$,
 в) $y = \ln(\sin x + \sqrt{1 + \sin^2 x})$, г) $y = (\sqrt{x})^x$, д) $y = x^2 y - xy^2$.
99. а) $y = \sqrt{3x} \sqrt[3]{x^2 - 2x + 2}$, б) $y = e^{\operatorname{tg}^2 x} \cdot 2^{\frac{1}{x}}$,
 в) $y = \ln^2 \cos \sqrt{x}$, г) $y = (\arcsin 2x)^{\sqrt{x}}$, д) $y = \sin^2(xy)$.
100. а) $y = \sqrt{1 + x} e^{2x}$, б) $y = (\sin^3 x) \sin x^3$,
 в) $y = \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$, г) $y = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{2x}$, д) $e^{xy} = y^2$.
101. а) $y = (1 - \sqrt{x})^2/x$, б) $y = (\sin^2 \sqrt{x}) \arcsin \sqrt{x}$,
 в) $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1 - e^{2x}}$, г) $y = (x^3 + 1)^{\operatorname{ctg} x}$, д) $y = x 2^{xy}$.
102. а) $y = x \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x^2$, б) $y = \sqrt[3]{1 + \cos 6x}$,
 в) $y = \sqrt{x} \ln^2 \operatorname{arctg} \sqrt{x}$, г) $y = 1/(x^x)$, д) $y = e^{x+y}$.
103. а) $y = \frac{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}{x} + \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}}$, б) $y = \frac{-2 \cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2} + 3 \cos \frac{x}{2}}$,
 в) $y = x \ln \arcsin x$, г) $y = (x^2 + 1)^{2x}$, д) $x^y - y^x = 0$.

Номера к заданию 2.2 (продолжение)

104. а) $y = (1 + 2x^5)\sqrt{1 + 3x}$, б) $y = \ln^2 \sqrt{\cos x}$,
в) $y = 2^{x/\operatorname{arctg} x}$, г) $y = x^{\arccos \sqrt{x}}$, д) $\ln y + x^3 = x^2 e^y$.
105. а) $y = \frac{1}{1 + x + x^2} + \sqrt{x^2 + x + 1}$, б) $y = x 4^{\operatorname{ctg}^3 \frac{1}{x}}$,
в) $y = \operatorname{arctg}^2 5x^2 + x$, г) $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$, д) $x - y = \operatorname{tg}(xy)$.
106. а) $y = x^4 \sqrt[3]{x^5 - 8}$, б) $y = e^{\arcsin \sqrt{x^2 - 1}}$,
в) $y = \sin^2(\cos x) + \cos(\sin^2 x)$, г) $y = x^{\ln x}$, д) $xy^2 = \sin(x + y)$.
107. а) $y = \sqrt{2x - \sin 2x}$, б) $y = \frac{2}{x} \cdot e^{\cos x}$,
в) $y = x \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x^2}}$, г) $y = (\ln x)^{\ln x}$, д) $e^x + e^y - 2^{xy} = 1$.
108. а) $y = x \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}$, б) $y = \cos^3(2^x)$, в) $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x}$,
г) $y = (x^2 - 1)^{x^2 - 1}$, д) $\operatorname{arctg}(xy) - e^{xy} + x = 0$.
109. а) $y = x \sqrt[3]{x^2 - 2x}$, б) $y = 2^{\cos x} \sqrt{\sin \frac{x}{2}}$,
в) $y = \arcsin \sqrt{\frac{1-x}{1+2x}}$, г) $y = (2x)^{\cos x}$, д) $e^{x+y} = y^2$.
110. а) $y = (1 - \sqrt{x})\sqrt{1 + x^2}$, б) $y = 2^{\sin^2 x} \left(x - \frac{1}{\cos x}\right)$,
в) $y = 2 \ln^3 \operatorname{arctg} x$, г) $y = (x + 1)^{\frac{2}{x}}$, д) $\sin(y - x^2) = y - x^2$.

Задание 2.3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

Номера к заданию 2.3

111. $y = x^3 - 12x + 7$, $[0; 3]$
112. $y = x^5 - \frac{5}{3}x^3 + 2$, $[0; 2]$
113. $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \cos x$, $[0; \frac{\pi}{2}]$
114. $y = 3x^4 - 16x^3 + 2$, $[-3; 1]$
115. $y = x^3 - 3x + 1$, $[\frac{1}{2}; 2]$
116. $y = x^4 + 4x$, $[-2; 2]$

Номера к заданию 2.3 (продолжение)

117. $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \sin x, [0; \frac{\pi}{2}]$ 118. $y = 81x - x^4, [-1; 4]$
119. $y = 3 - 2x^2, [-1; 3]$ 120. $y = x - \sin x, [-\pi; \pi]$
121. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x, [0; 2]$ 122. $y = 3x^4 + 4x^3 + 1, [-2; 1]$
123. $y = x^2 - \frac{x^4}{4}, [-1; 1]$ 124. $y = x^3 - 3x^2 + 3x, [0; 2]$
125. $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x, [0; 2]$ 126. $y = x^4 - 2x^2 + 5, [-2; 2]$
127. $y = x + 2\sqrt{x}, [0; 4]$ 128. $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3, [-1; 2]$
129. $y = x^3 - 3x^2 + 6x, [-1; 1]$ 130. $y = \sqrt{70 - x^2}, [-6; 8]$
131. $y = (x - 1)(x + 1), [0; 4]$ 132. $y = \sin 2x - x, [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
133. $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2, [-2; 0]$ 134. $y = \frac{1}{4}(1 - x^2)^2, [-2; 0]$
135. $y = x^2/(1 + x^2), [-1; 1]$ 136. $y = 2x^3 - 3x^2, [0; 2]$
137. $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x, [-2; 0]$ 138. $y = 2x^3 - 6x + 5, [-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}]$
139. $y = x - \ln(1 + x), [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$ 140. $y = \frac{1-x+x^2}{1+x-x^2}, [0; 1]$

Задание 2.4

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и, используя результаты исследования, построить её график.

Номера к заданию 2.4

141. $y = 3 + 3x - x^3$ 142. $y = x^3 - 3x + 1$
143. $y = \frac{x^3}{6} - x^2$ 144. $y = x^2(1 - x) - 2$

Номера к заданию 2.4 (продолжение)

$$145. y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$$

$$146. y = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$$

$$147. y = x^3 - 3x^2 - 9x + 9$$

$$148. y = x^4 - 5x^2 + 4$$

$$149. y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x$$

$$150. y = (2x - 1)^2x$$

$$151. y = x^3 - x^2$$

$$152. y = 36x - 3x^2 - 2x^3$$

$$153. y = (x + 1)(x + 2)^2$$

$$154. y = x^4 - 2x^2 + 3$$

$$155. y = x^2 - x^3$$

$$156. y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 3$$

$$157. y = x^3 - 3x + 1$$

$$158. y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$$

$$159. y = x^3 - 3x^2 - 9x$$

$$160. y = 3x^4 - 4x^3 + 2$$

$$161. y = 4x - \frac{x^3}{3}$$

$$162. y = x(1 - x)^2$$

$$163. y = x^3 + 3x^2 - 1$$

$$164. y = x^3 - 12x - 3$$

$$165. y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2$$

$$166. y = x^3 - 3x - 3$$

$$167. y = 3x^2 - x^3$$

$$168. y = x(x + 1)(x + 2)$$

$$169. y = 9x + 3x^2 - x^3$$

$$170. y = 2 + (x - 1)^3$$

$$171. y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$$

$$172. y = \frac{x^2}{x + 1}$$

$$173. y = \frac{x^2}{x - 1}$$

$$174. y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$$

$$175. y = \frac{1}{x^2 - 1}$$

$$176. y = \frac{x}{2} + \frac{3}{x^2}$$

Номера к заданию 2.4 (продолжение)

$$177. y = \frac{x - 3}{7 - x}$$

$$178. y = \frac{1}{2x} + 4x$$

$$179. y = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$180. y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$181. y = \frac{x^2 + 1}{x + 3}$$

$$182. y = \frac{-x^2}{x - 1}$$

$$183. y = \frac{x^2}{x + 4}$$

$$184. y = \frac{x - 1}{x + 5}$$

$$185. y = x + \frac{4}{x + 2}$$

$$186. y = 2x + \frac{1}{x^2}$$

$$187. y = x + \frac{1}{x}$$

$$188. y = x + \frac{9}{x}$$

$$189. y = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$$

$$190. y = \frac{x^2 + 4}{x}$$

$$191. y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$$

$$192. y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$$

$$193. y = \frac{x^2}{x - 3}$$

$$194. y = \frac{x^2 - 2}{x + 1}$$

$$195. y = \frac{x^2 - 3}{x - 1}$$

$$196. y = \frac{x^2 + 9}{x}$$

$$197. y = \frac{x^2 + 8}{x + 1}$$

$$198. y = \frac{x + 8}{x - 1}$$

$$199. y = \frac{x^2 + 5}{x + 2}$$

$$200. y = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$$

$$201. y = x - \ln x$$

$$202. y = x \ln x$$

$$203. y = \ln(2x - 1)$$

$$204. y = e^{2x-2}$$

$$205. y = e^{-x}$$

$$206. y = x\sqrt{x}$$

Номера к заданию 2.4 (продолжение)

$$207. y = x^2 \sqrt{x}$$

$$208. y = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$209. y = x e^x$$

$$210. y = x - 2 \ln x$$

$$211. y = e^{x^2}$$

$$212. y = 2x - \ln x$$

$$213. y = \sqrt[3]{x^2}$$

$$214. y = \sqrt[3]{x}$$

$$215. y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$216. y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$217. y = (x + 3)^{3/2}$$

$$218. y = \frac{1}{2}x - \sqrt{x}$$

$$219. y = 3\sqrt[3]{x} - x$$

$$220. y = x + e^{-x}$$

$$221. y = x\sqrt[3]{x}$$

$$222. y = \frac{\sqrt[3]{x}}{x}$$

$$223. y = \operatorname{ctg} 2x$$

$$224. y = \operatorname{tg} 2x$$

$$225. y = \frac{x^2 - 1}{x}$$

$$226. y = \frac{5 - x}{x - 1}$$

$$227. y = \frac{x + 1}{x + 5}$$

$$228. y = \frac{x^2}{x - 5}$$

$$229. y = \cos 3x$$

$$230. y = \sin 2x$$

$$231. y = x + \frac{5}{x}$$

$$232. y = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$233. y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$234. y = \frac{x^2 - 2}{x}$$

$$235. y = \frac{x + 3}{x - 2}$$

$$236. y = \frac{e^x}{x^2}$$

$$237. y = \frac{e^x}{x - 1}$$

$$238. y = (x + 1) e^x$$

**Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.
Вычисление пределов.
Производная и её приложения.**

Варианты контрольных работ № 1, 2
для студентов I курса заочного отделения.

Составители:

Лабуткин Александр Григорьевич,
Селезнёв Валерий Витальевич,
Шарипов Руслан Рашатович

Редактор: Н.Х.Михайлова

Редакционно–издательский отдел Казанского государственного
архитектурно–строительного университета

Лицензия ЛР № 020379 от 22.01.92 г.

Печатно–множительный отдел КГАСУ

Лицензия № 03/380 от 16.10.95 г.

420043, Казань, Зелёная, 1.