РОССИЯ ФЕДЕРАЦИЯСЕНЕҢ МӘГАРИФ ҺӘМ ФӘН МИНИСТРЛЫГЫ

КАЗАН ДӘҮЛӘТ АРХИТЕКТУРА-ТӨЗЕЛЕШ УНИВЕРСИТЕТЫ

Механика кафедрасы

Кысылган баганана тотрыклыгы

270800 “Төзелеш” белгечләр әзерләү юнәлешенең
“Сәнәгый һәм иҗтимагый төзелеш” профиле студентлары өчен
хисаплау-сызым эше буенча методик кулланма

Казан
2015

УДК 539.3
ББК 22.251
Н26

Н26.Техник механика курсының «Кысылган багананың тотрыклылыгы» темасы буенча хисаплау-сызу эшенә методик кулланма / В.Г. Низамеев. Казан: КДАТУ, 2015 – 36 б.

Методик кулланмада «Кысылган багананың тотрыклыгы» темасы буенча хисаплау-сызу эшен башкару өчен теоретик төшенчәләр, үрнәк мисал, башлангыч биремнәр һәм белешмә мәгълүматлар бирелгән.

Рецензент:
КГАСУның физика, электротехника һәм автоматика кафедрасы мөдире
ф.-м.ф.д. **Р.Г. Яхин**

УДК 539.3
ББК 22.251

© Казан дәүләт архитектура-төзелеш университеты, 2015.
© Низамеев В.Г., 2015.

I. БОРЫСНЫҢ КАТЛАУЛЫ КАРШЫЛЫГЫ

1. Төп төшенчәләр

Техник механикана курсында әлегә кадәр борысның сузылу-кысылу, күчегү, бөгелү һәм бөтерелү гади деформацияләре өйрәнелде. Практикада еш кына бу дефорацияләр берга барлыкка килеп, борысның катлаулы каршылыгына китерә. Билгеле булганча, гомуми очракта борысның аркылы кисемендә алты эчке көч факторы барлыкка килергә мөмкин: N_z буй көче, Q_x, Q_y аркылы көчләре, M_x, M_y бөгү моментлары һәм M_z бөтерү моменты.

Гади деформацияләр комбинациясенә карап, катлаулы каршылыкны берничә төргә бүлеп була: кыек бөгелү, сузып (кысып) бөгелү, үзәктән читтә сузылу (кысылу), бөгеп бөтерелү, гомуми очрак.

Катлаулы каршылыкка дучар булган борысның ныклыгы суперпозиция принцибын кулланып хисаплан

2. Кыек бөгелү

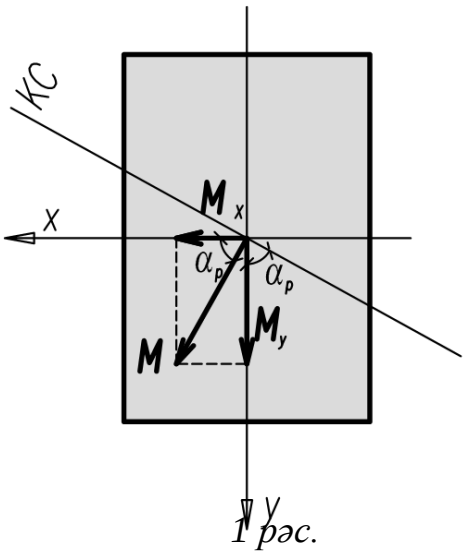
Бөгүче момент тәэсир иткән яссылык борысның баш яссылыкларының берсе белән дә туры килмәсә, бөгелү кыек дип атала. Бу очракта борыста бөгүче ике момент ($M_x \neq 0$, $M_y \neq 0$) барлыкка килә. Алар белән бергә Q_x һәм (яки) Q_y аркылы көчләре дә булырга мөмкин.

Тышкы көчләр бер яссылыкта ятсалар, бөгелү яссы кыек бөгелү дип, төрле яссылыкларда ятсалар – фәзаи кыек бөгелү дип атала.

$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ - суммар бөгү моменты була. Ул, вектор буларак, $0x$ күчәре белән α_p почмагы ясый (*1 рәс*. кара). α_p почмагының тангенсы:

$$tg\alpha_p = \frac{M_y}{M_x}. \qquad (1)$$

Сумар бөгү моментына перпендикуляр булган сызык – көч сызыгы (КС) дип атала (бу сызык тышкы көчләр яссылыгында ята).



1 рәс.

Борысның аркылы кисемендә бөгү моментларыннан барлыкка килгән нормаль көчәнешләр түбәндәге формула буенча билгеләнә:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x \qquad (2)$$

Монда I_x, I_y – өрлек аркылы кисеменең инерция моментлары, x, y – кисем нокталарының координатлары.

Соңгы формуладан күренгәнчә нормаль көчәнешләр сызыкча тарала һәм кисемнең авырлык үзәгендә нульгә тигез. Шулай булгач, кисемнең бер өлешендә уңай (сузу), ә икенче өлешендә тискәре (кысу) көчәнеләр барлыкка килә.

Алар арасында яткан нейтраль сызыкны $\sigma_z = 0$ дип табарга ммкин:

$$\frac{M_x}{I_x} y_0 - \frac{M_y}{I_y} x_0 = 0,$$

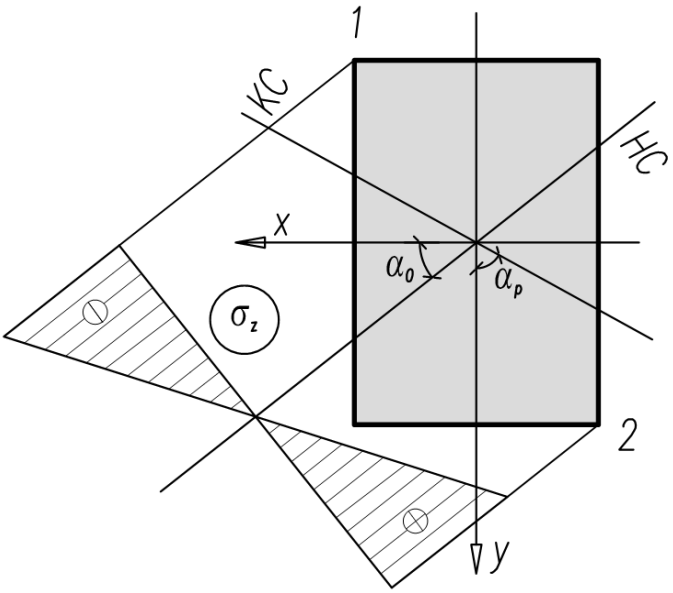
монда x_0, y_0 – нейтраль сызыкның координатлары. Нейтраль сызык белән $0x$ күчәре арасындагы почмакны α_0 дип тамгаласак (*2 рәс.* кара), бу почмакның тангенсын билгеләргә мөмкин:

$$tg\alpha_0 = \frac{y_0}{x_0} = \frac{M_y I_y}{M_y I_x}, \qquad (3)$$

(1) формуласын исәпкә алсак: $tg\alpha_0 = tg\alpha_p \dfrac{I_y}{I_x}$

Шулай итеп, нормаль көчәнешләр нейтраль сызыктан ерагайган саен үсә бара. Максималь көчәнешләр нейтраль сызыктан иң ерак яткан нокталарда барлыкка килә.

Билгеле булганча, өрлекнең бөгелеше нейтраль сызыкка (НС) перпендикуляр юнәлештә була, ә соңгы формуладан һәм 2-нче рәсемнән күренгәнчә, бу юнәлеш көч сызыгынан аерылмалы (шуның сәбәпле мондый катлаулы каршылык кыек бөгелү дип атала да).



2 рәс.

Туры почмаклык, икетавр, швеллер сымак кисемләр өчен нейтраль сызык ничек ятса да, аннан иң ерак яткан ноктаның координатлары $x = x_{max}$, $y = y_{max}$ була. Шуңа күрә мондый кисемле өрлекләрнең ныклыгын түбәндәге формула буенча тикшерергә мөмкин:

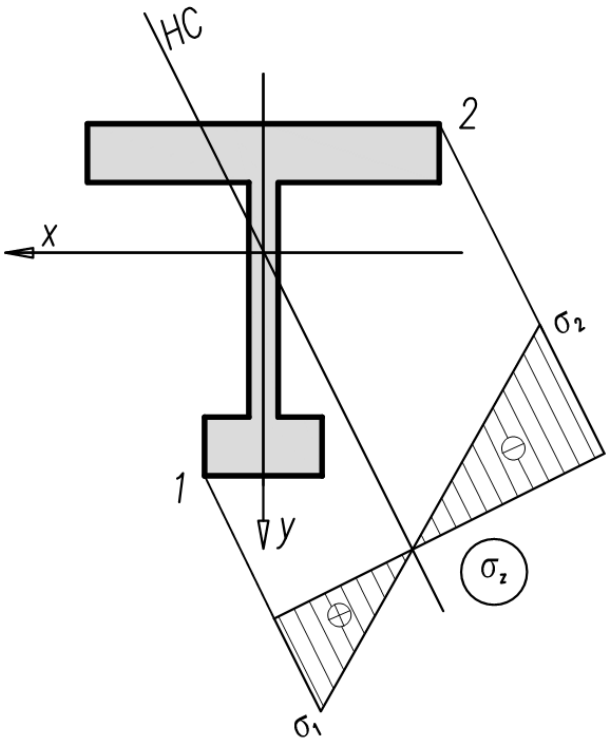
$$\sigma_{z,max} = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} \le R, \qquad (4)$$

W_x, W_y – каршылык моментлары; R – хисаплау каршылыгы, яисә аның урынында $[\sigma]$ – рөхсәти көчәнеш.

Гомуми очракта (ихтияри кисем өчен), төрлечә каршылыклы өрлекнең ныклыгын тикшерү өчен, иң элек нейтраль сызыкны үткәрергә кирәк. Аннары, нейтраль сызыкның ике ягындагы иң ерак яткан нокталарны табып (*3 рәс.* кара), аларның координатларын (*2*) формуласына куеп, максималь көчәнешләрне хисаплыйбыз һәм аларны сузуга-кысуга төрлечә булган хисаплау каршылыклары белән чагыштырабыз:

$$\sigma_z(1) = \frac{M_x}{I_x} y(1) - \frac{M_y}{I_y} x(1) \le R_c;$$

$$\sigma_z(2) = \left| \frac{M_x}{I_x} y(2) - \frac{M_y}{I_y} x(2) \right| \le R_к.$$



3 рәс.

R_c, $R_к$ – материалның сузуга һәм кысуга хисаплау каршылыклары.

Орынма көчәнешләр Журавский формуласы буенча хисапланалар:

$$\tau_{zx} = \frac{Q_x \cdot S_y^{кис}}{I_y \cdot h}; \qquad \tau_{zy} = \frac{Q_y \cdot S_x^{кис}}{I_x \cdot b}.$$

Сумар көчәнеш суперпозиция принцибы буенча табыла: $\tau = \sqrt{\tau_{zx}^2 + \tau_{zx}^2}$.

Кыек бөгелгән борысның бөгелешен хисаплау өчен дә суперпозиция принсипы кулланыла – M_x, M_y бөгү моментларыннан барлыкка килгән бөгелешләр аерым-аерым хисаплана, аннары бергә кушыла: $f = \sqrt{v^2 + u^2}$.

3. Сузып (кысып) бөгелү

Борыс кисемендә M_x һәм (яки) M_y бөгү моментларыннан тыш N_z буй көче дә тәесир итсә (Q_x Q_y аркылы көчләре булырга мөмкин), борысның мондый каршылыгын сузып яки кысып бөгелү дип атыйлар.

Борысның аркылы кисемендә барлыкка килгән нормаль көчәнешләр түбәндәге формула буенча билгеләнә:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x + \frac{N_z}{A}. \qquad (5)$$

Формуладан күренгәнчә, бу очракта да нормаль көчәнешләр сызыкча тарала, әмма авырлык үзәгендә алар нульгә тигез булмый.

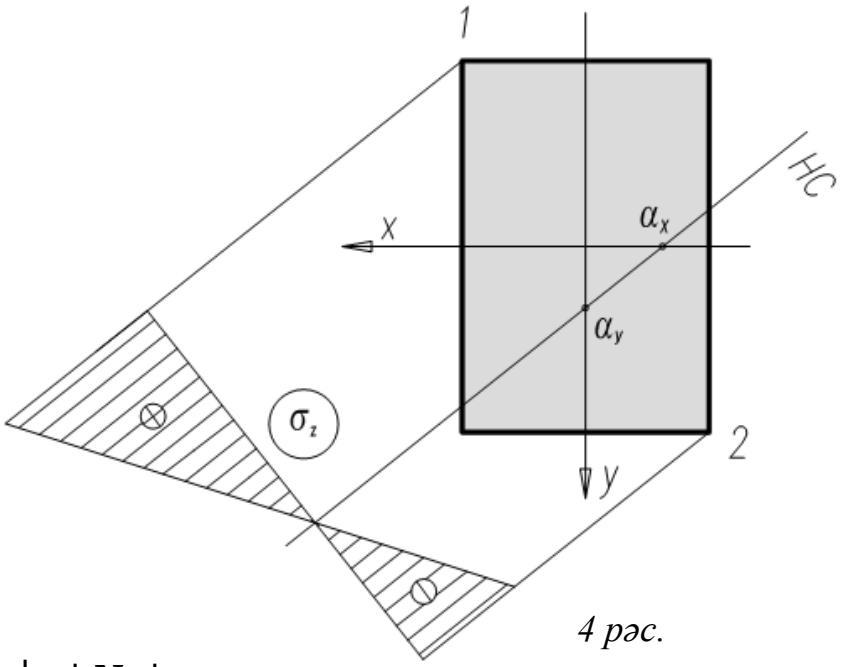
Нейтраль сызык тигезләмәсен нормаль көчәнешне нульгә тигезләп язабыз:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y_0 - \frac{M_y}{I_y} x_0 + \frac{N_z}{A} = 0.$$

Аның координат күчәрләре белән кисешкән нокталарың координатлары түбәндәгечә билгеләнә:

$$\alpha_x = \frac{N_z I_y}{M_y A}, \; \alpha_y = -\frac{N_z I_x}{M_x A} \qquad (6)$$

4-нче рәсемнән күренгәнчә, иң зур көчәнешләр нейтраль сызыктан иң ерак яткан нокталарда барлыкка киләләр. Икетавр, швеллер, туры почмаклык сымак кисемле борысларның ныклыгын түбәндәге формула буенча тикшерергә мөмкин:



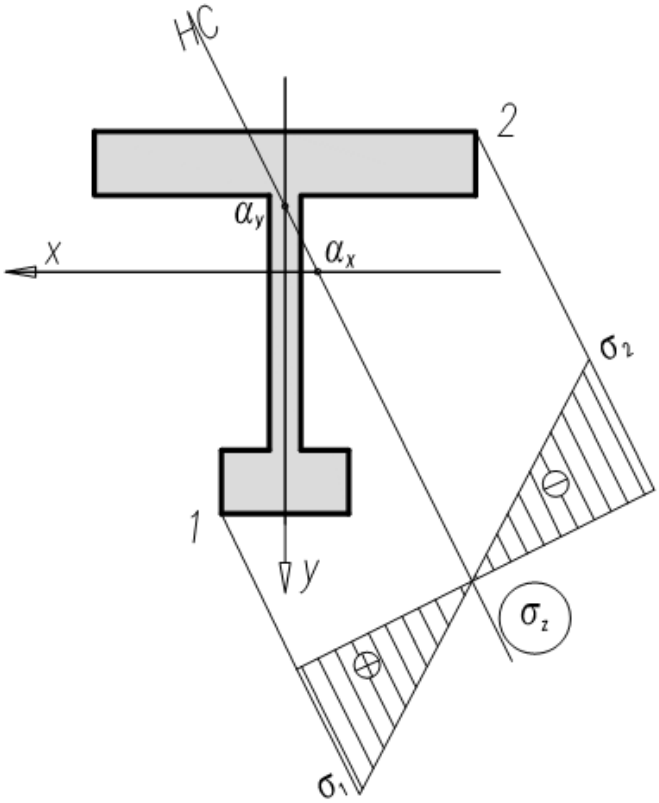
4 рәс.

$$\sigma_{z,max} = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} + \frac{|N_z|}{A} \le R. \qquad (7)$$

Гомуми очракта (ихтияри кисем өчен), төрлечә каршылыклы борысның ныклыгын түбәндәге шартлар бунча тикшерергә кирәк (*5 рәс.* кара):

$$\sigma_z(1) = \frac{M_x}{I_x} y(1) - \frac{M_y}{I_y} x(1) + \frac{N_z}{A} \le R_c;$$

$$\sigma_z(2) = \left| \frac{M_x}{I_x} y(2) - \frac{M_y}{I_y} x(2) + \frac{N_z}{A} \right| \le R_к.$$



5 рәс.

4. Үзәктән читтә сузу (кысу). Кисем төше

Төзелеш корылмаларында күп конструкцияләргә (колонналарга, терәкләргә, ферма элементларына) сузу яки кысу көчләре үзәктән читтә куелган була.

6-нчы рәсемдәге колоннаны карыйк. P кысу көче колоннаның күчәренә карата эксцентриситет белән куеганныктан, колоннаның аркылы кисемнәрендә N_z буй көченнән тыш M_x, M_y бөгү моментларыда барлыкка киләләр (Q_x, Q_y аркылы көчләре булмый):

$$N_z = -P;\ M_x = -P \cdot y_P;\ M_y = P \cdot x_P.$$

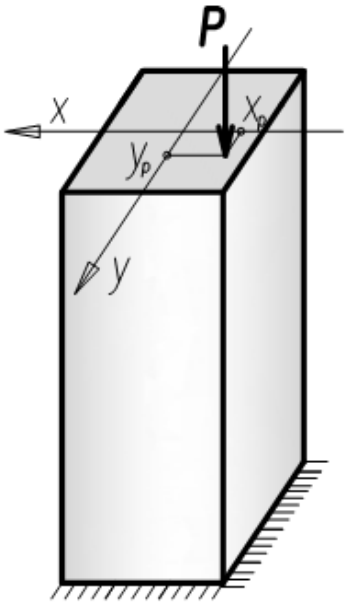
Борысның аркылы кисемендә барлыкка килгән нормаль көчәнешләрне (5) формуласы буенча язсак:

$$\sigma_z = -P\left(\frac{y_P}{I_x}y + \frac{x_P}{I_y}x + \frac{1}{A}\right),$$

$$i_x = \sqrt{I_x/A}, \quad i_y = \sqrt{I_y/A}$$

инерция радиусларын соңгы формулага куйсак, түбәндәге нәтиҗәгә киләбез:

$$\sigma_z = -\frac{P}{A}\left(\frac{y_P \cdot y}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x}{i_y^2} + 1\right). \quad (8)$$



6 рәс.

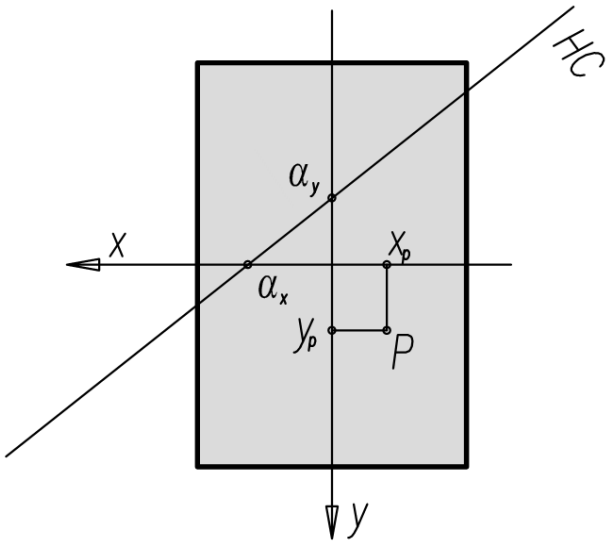
Нейтраль сызык тигезләмәс:

$$\frac{y_P \cdot y}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x}{i_y^2} + 1 = 0,$$

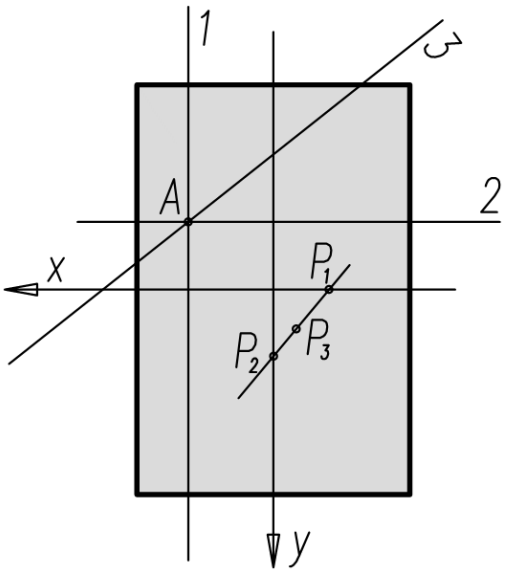
аның координат күчәрләре белән кисешкән нокталары координатлары:

$$\alpha_x = \frac{-i_y}{x_P}; \qquad \alpha_y = \frac{-i_x}{y_P}. \qquad (9)$$

(9) формулаларында x_P, y_P – P көче куелган ноктаның координатлары (*7 рәс*. кара).



7 рәс.



8 рәс.

Нейтраль сызык тигезләмәсен һәм (*9*) формулаларын анализлап түбәндәге нәтиҗәләргә килергә мөмкин:

– нейтраль сызык $\boldsymbol{P}$ көче куелган ноктага каршы квадрант аша уза, чөнки $\boldsymbol{\alpha_x}$, $\boldsymbol{\alpha_y}$ координаталарының тамгалары $\boldsymbol{x_P}$, $\boldsymbol{y_P}$ координаталарының тамгалары капма-каршы;
– $\boldsymbol{P}$ көче куелган нокта кисемнең үзәгенә якынайган саен, нейтраль сызык үзәктән ерагая бара, һәм киресенчә – ерагайган саен, якыная бара;
– $\boldsymbol{P}$ көче куелган нокта координат күчәрендә ятса, нейтраль сызык бу күчәргә перпендикуляр була;
– $\boldsymbol{P}$ көче кисемнең авырлык үзәге аша узмаган туры сызык буенча күчеш ясаганда, аңа туры килгән нейтраль сызык ниндидер нокта тирәли борылыш ясый. Моны исбатлау өчен координат күчәрләрендә яткан $\boldsymbol{P_1}$ һәм $\boldsymbol{P_2}$ нокталарын алыйк (*8 рәс*. кара). Бу нокталарга туры килгән $\boldsymbol{1}$ һәм $\boldsymbol{2}$ нейтраль сызыклары $\boldsymbol{A}$ ноктасында киселешәләр, ягни $\boldsymbol{P_1}$, $\boldsymbol{P_2}$ нокталарындагы буй көчләренең икесе өчен дә $\boldsymbol{A}$ ноктасындагы нормаль көчәнеш нульгә тигез. Икенче яктан, $\boldsymbol{P_1}$, $\boldsymbol{P_2}$ нокталары аша узган сызыкның ихтияри $\boldsymbol{P}$ ноктасында яткан буй көчне статик тиң итеп $\boldsymbol{P_1}$, $\boldsymbol{P_2}$ нокталарындагы ике көчкә таркатып була. Шулай булгач, бу ихтияри $\boldsymbol{P}$ ноктасына туры килгән нейтраль сызык $\boldsymbol{A}$ ноктасы аша узарга тиеш.

Кайбер төзү материаллары (мәсәлән, бетон) сузуга караганда кысуга берничә тапкыр яхшырак эшли. Мондый материаллардан эшләнгән һәм буй кысу көче белән йөкләнгән сүрекләрдә сузу көчәнешләре булмауы хәерле. Сүрекнең кисемендә кысу көчәнешләре генә булсын өчен, кысу көче кисемнең үзәгенә җитәрлек кадәр якын куелырга, бу очракта нейтраль сызык кисемнән читтә ятарга, иң кечесе кисемгә орынма булырга тиеш.

<u>Аңлатма.</u> Сүрек кисеменең авырлак үзәге тирәсендә урнашкан өлкә кисемн төше дип атала. Бу өлкәгә куелган буй көч бер тамгалы көчәнешләр генә барлыкка китерә. Сузу көче куелган булса – сузу көчәнешләре, кысучы көч булса – кысу көчәнешләре

5. Бөгеп бөтерелү. Катлаулы каршылыкның гомуми очрагы

Борыс кисемендә M_z бөтерү моменты, M_x һәм (яки) M_y бөгелү моментлары тәесир итсәләр (булырга мөмкин Q_x Q_y аркылы көчләре), борысның мондый каршылыгы бөгеп бөтерү дип атала.

Түгәрәк кисемле борысның аркылы кисемендә барлыкка килгән нормаль көчәнешләр түбәндәге формула буенча билгеләнә:

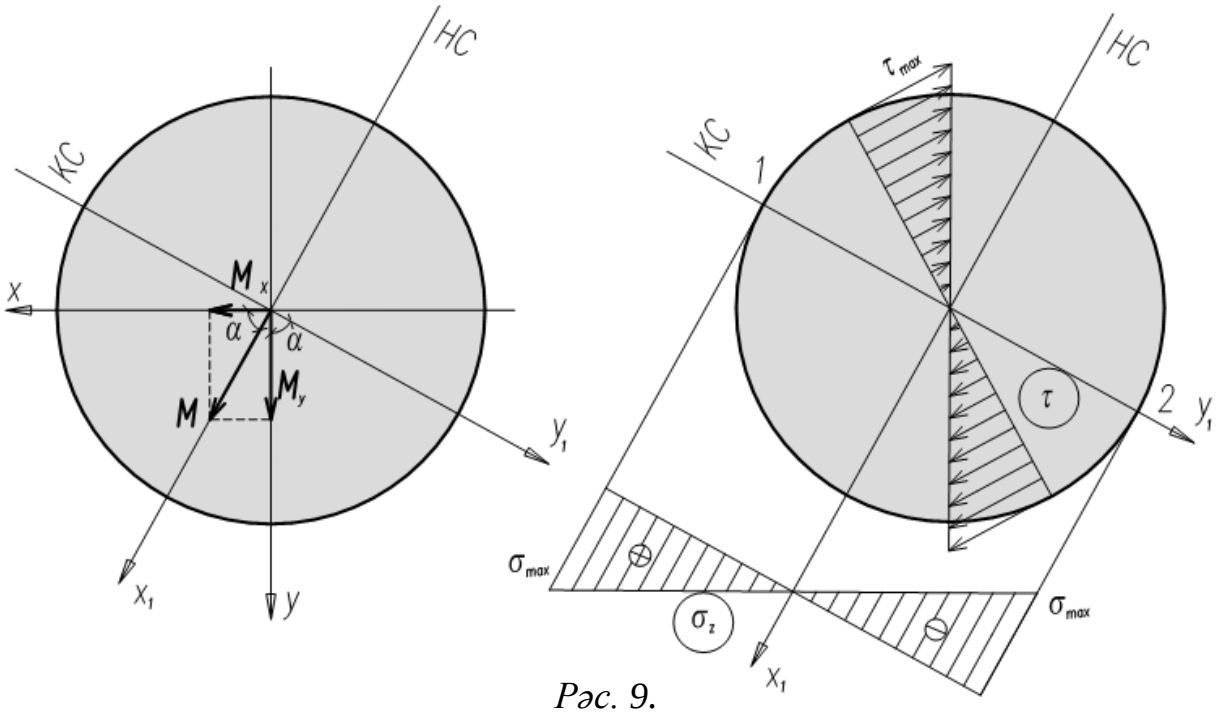
$$\sigma_z = \frac{M}{I_x} y_1 . \qquad (10)$$

$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ – суммар бөгү моменты. Ул $0x$ күчәре белән α почмагы ясаган $0x_1$ күчәре буенча юнәлгән (*9 рәс*. кара). Сумар бөгү моментына перпендикуляр булган көч сызыгы буенча $0y_1$ күчәре юнәлә. Түгәрәк кисемле сүрекнең инерция моментлары тигез булганлыктан, нейтраль сызык $0x_1$ күчәре бәлән тәңгәл килә.

Бөтерүдән орынма көчәнешләр түбәндәге формула буенча хисаплана:

$$\tau = \frac{M_z}{I_\rho} \rho , \qquad (11)$$

M_z – бөтерү момены, $I_\rho = 2I_x$ – поляр инерция моменты, ρ – радиус-вектор. Соңгы формулалар буенча хисаплана торган нормаль һәм орынма көчәнешләр таралышы *9 рәс*. күрсәтелгән.



Рәс. 9.

Бу рәсемдә ***1*** һәм ***2*** нокталарында иң зур нормаль һәм орынма көчәнешләр тәэсир итә. Шуңа күрә ныклык кисемнең шул нокталарында тикшерелә. 3-нче ныклык теориясе буенча ныклык шартын түбәндәгечә язарга була:

$$\sigma_{экв}^{III} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M}{W_x}\right)^2 + 4\left(\frac{M_z}{W_\rho}\right)^2} \le R.$$

$W_\rho = 2W_x$ икәнлеген исәпкә алсак,

$$\sigma_{экв}^{III} = \frac{1}{W_x}\sqrt{M^2 + M_z^2} \le R. \qquad (12)$$

Охшашлык буенча 4-нче ныклык теорисе ныклык шарты түбәндәгечә языла:

$$\sigma_{экв}^{IV} = \frac{1}{W_x}\sqrt{M^2 + \frac{3}{4}M_z^2} \le R. \qquad (13)$$

Практик хисаплаулардан күренгәнчә, Q_x, Q_y аркылы көчләреннән барлыкка килгән орынма көчәнешләр бөтерү орынма көчәнешләреннән күп кимрәк, ә аларның максималь кыммәтләре башка нокталарда була. Шуңа күрә, аларның ныклыкка тәэсирен исәпкә алмаска була.

Катлаулы каршылыкның гомуми очрагында (M_z, M_x һәм (яки) M_y бөгү моментларыннан тыш M_z та булса) ныклык шартлары түбәндәгечә языла:

$$\sigma_{экв}^{III} == \sqrt{\left(\frac{M}{W_x} + \frac{N_z}{A}\right)^2 + 4\left(\frac{M_z}{W_\rho}\right)^2};$$

$$\sigma_{экв}^{IV} == \sqrt{\left(\frac{M}{W_x} + \frac{N_z}{A}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\frac{M_z}{W_\rho}\right)^2}.$$

II. “БОРЫСНЫҢ КАТЛАУЛЫ КАРШЫЛЫГЫ” ТЕМАСЫ БУЕНЧА ХИСАПЛАУ-СЫЗУ ЭШЕ

«Борысның катлаулы каршылыгы» темасы буенча хисаплау-сызу эше ике бүлектән тора: 1. Фәзаи сынык борысны хисаплау. 2. Үзәктән читтә кысылган багананы хисаплау.

1. Бер башы томалап беркетелгән, бүлемтекләре туры почмак ясап тоташтырылган сынык борыс (рам) өчен түбәндәгеләрне башкарырга:

1. Бүлемтек саен турыпочмаклы координат системасы кертеп, эчке көчләр һәм моментларның тигезләмәләрен язарга. Аларның кыймәтләрен берничә ноктада хисаплап, эпюрларын төзергә.
2. Һәр бүлемтекнең нинди катлаулы деформация кичергәнен ачыкларга һәм, шуңа карап, кисем формасын бирергә. Кыек бөгелгән бүлемтекләрдә стандарт икетавр кисем алырга. Бөтерелүдән катлаулы каршылык кичергән бүлемтекләрнең аркылы кисемен божра дип алырга, калынлыгы $\delta=5мм$. Калган бүлемтекләрнең кисеме якларының чагыштырмасы h/b булган турыпочмаклык булырга тиеш.
3. Һәр бүлемтекнең хәтәр кисемен һәм андагы эчке көчләрнең һәм моментларның хисаплау кыммәтләрен билгеләргә.
4. Эчке көчләрнең һәм моментларның хәтәр кисемдәге хисаплау кыммәтләре буенча ныклык шартларыннан чыгып, аркылы кисем үлчәмнәрен билгеләргә. Материал: икетавр – С235 класслы корыч ($R = 230\ Мпа$); божра – С345 класслы корыч, ($R= 320\ Мпа$); турыпочмаклык – агач ($R= 12МПа$). Турыпочмаклык һәм икетавр кисемнәренең зуррак катылык яссылыкларын M_x, M_y бөгү моментларының зурысына туры китереп алырга.
5. Сайланган кисемдәге көчәнеш хәлетен анализларга. Бу эш көч һәм нейтраль сызыкларын төзүне, нормаль һәм орынма көчәнеш эпюрларын төзүне, кисемнең хәтәр нокталарын билгеләүне үз эченә ала. Кирәк булса – хәтәр ноктаның ныклыгы өченче яки дүртенче ныклык теорияләре буенча тикшерелә.

2. Сузу һәм кысуга каршылыгы төрлечә булган материалдан эшләнгән, үзәктән читтәге көч белән кысылган багана өчен түбәндәгеләрне башкарырга::

1. Багана кисеменең кирәк булган геометрик характеристикаларын хисаплап, кысу көче куелган ноктага туры килгән нейтраль сызыкны билгеләргә.

2. Ныклык шартларыннан чыгып ($R_к = 90Mпа; R_c = 30Mпа$), рөхсәти *[F]* көчен табарга.
3. Нормаль көчәнешләр эпюрын төзергә.
4. Кисемнең төшен төзергә.

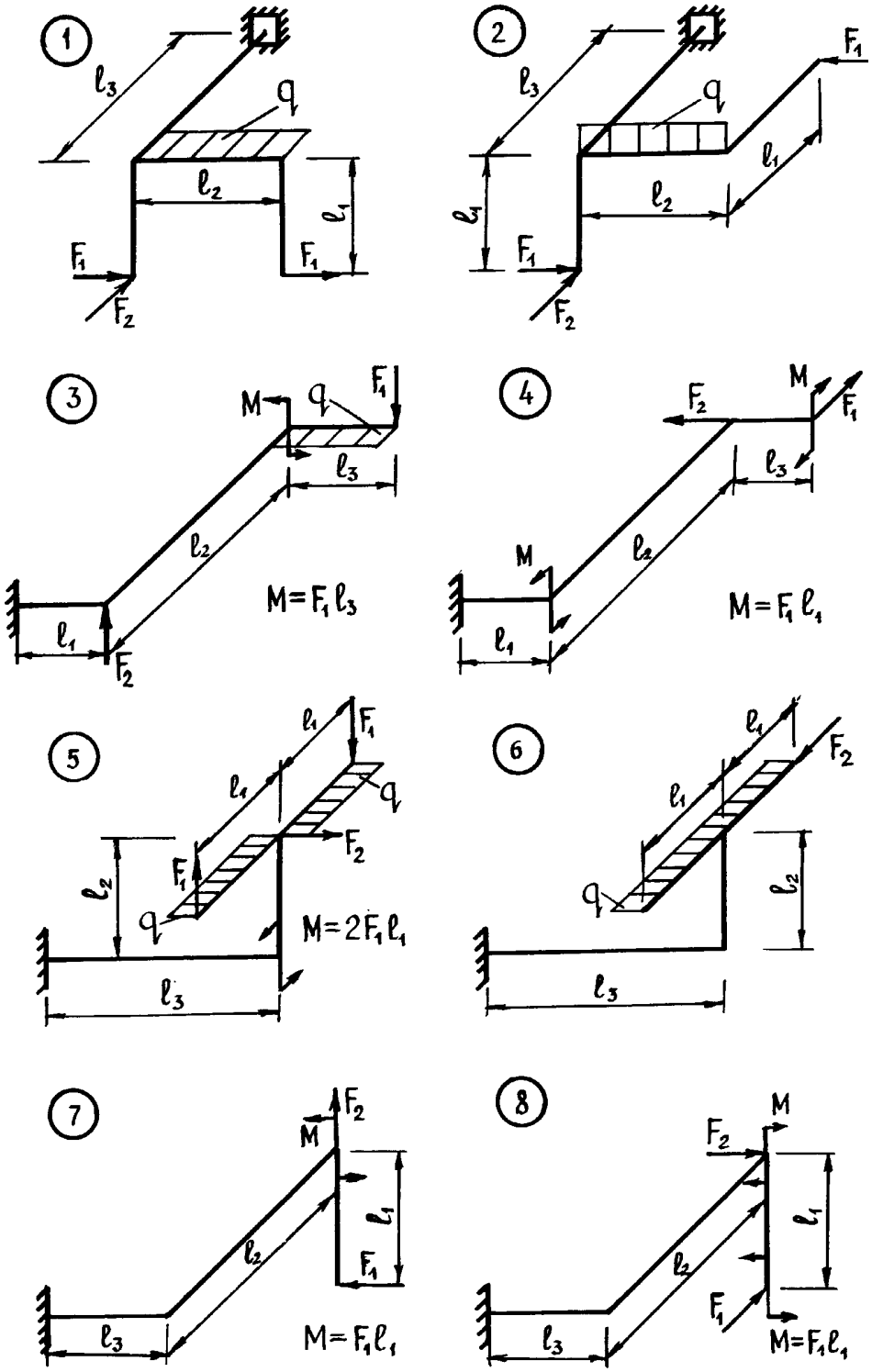
Ике мәсьәлә өчен дә башлангыч бирелешләр шифр буенча түбәндәге таблицалардан һәм рәсемнәрдән сайлап алына.

Хисаплау-сызу эшен башкарганда, иң элек мәсьәләнең максатын язарга. Аннары барлык үлчәмнәре белән хисаплау схемасын сызып, башлангыч бирелешләрне китерелергә кирәк.

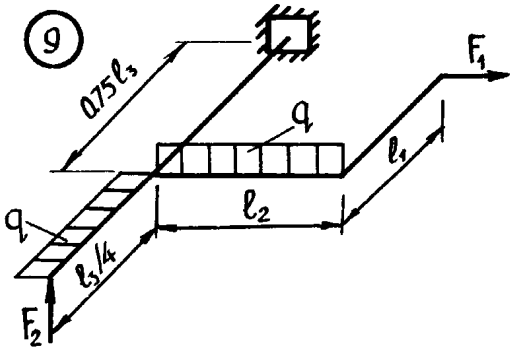
Чишелешнең һәр бүлегендә кыскача аңлатмалар булырга, ә хисаплауның ахыргы нәтиҗәләрендә үлчәмеш берәмлекләре язылырга тиеш.

Хисаплауларны СИ системасында алып барырга.

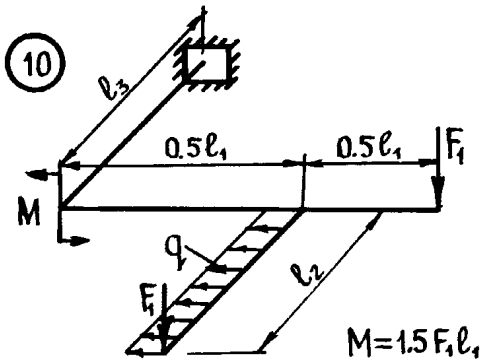
1. ФӘЗАИ СЫНЫКЛЫ БОРЫСНЫҢ ХИСАПЛАУ СХЕМАЛАРЫ



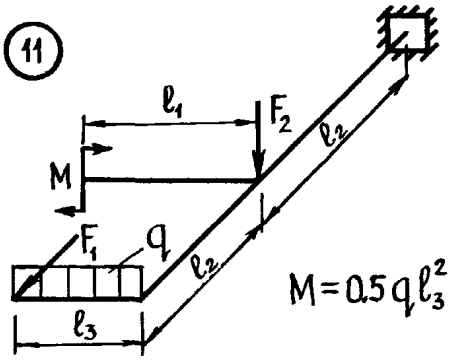
9



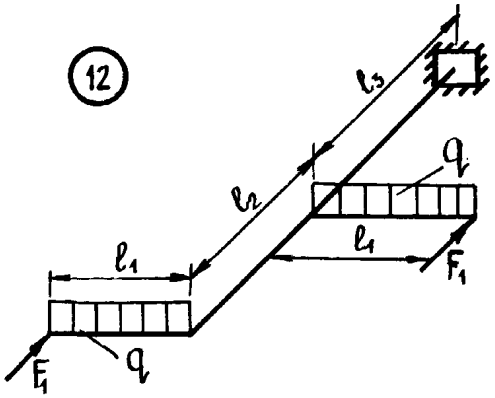
10



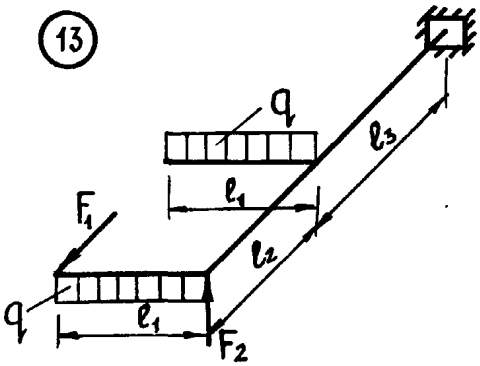
11



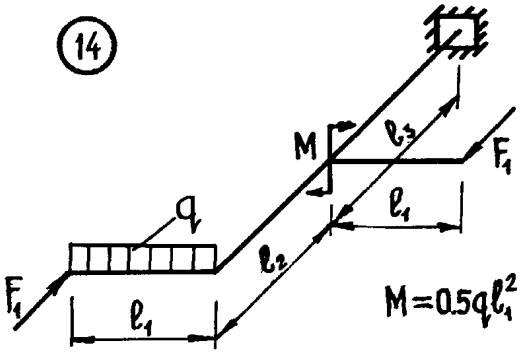
12



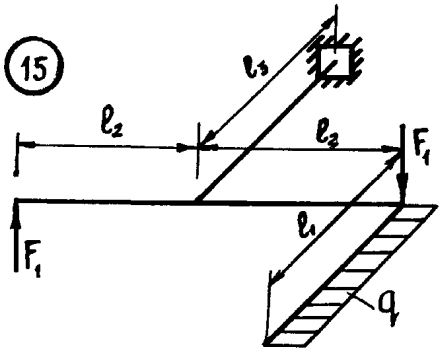
13



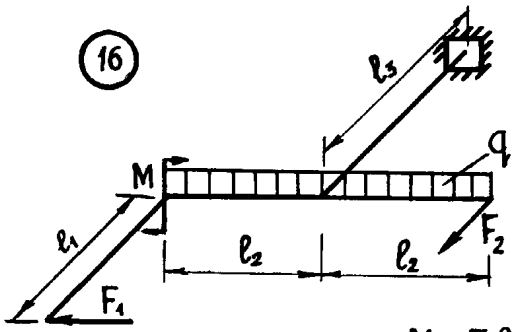
14



15

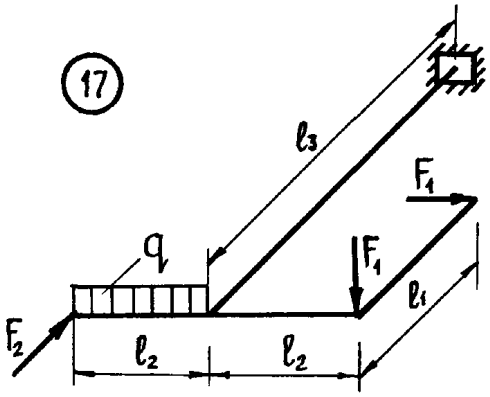


16

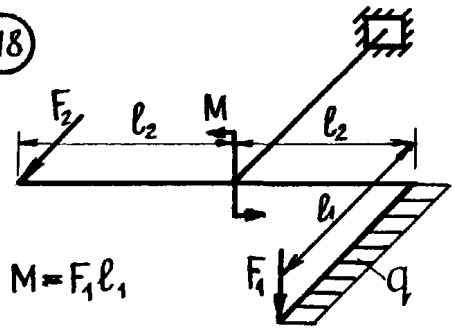


M= F1ℓ1

17

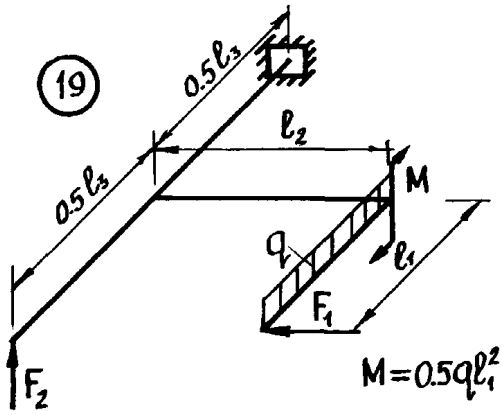


18



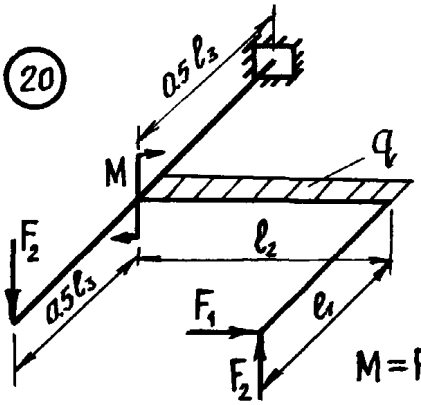
$M = F_1 \ell_1$

19



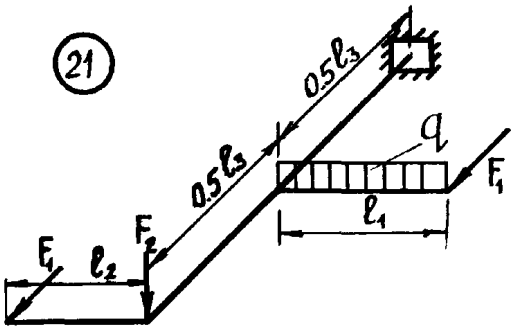
$M = 0.5 q \ell_1^2$

20

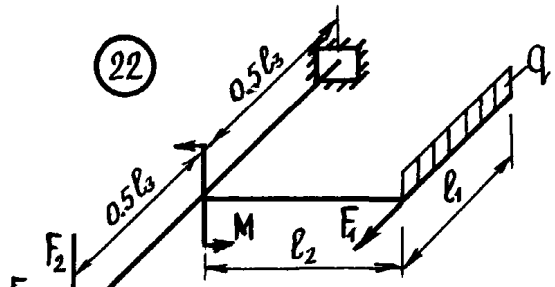


$M = F_2 \ell_2$

21

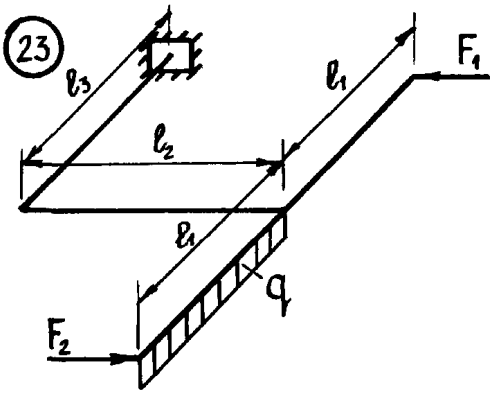


22

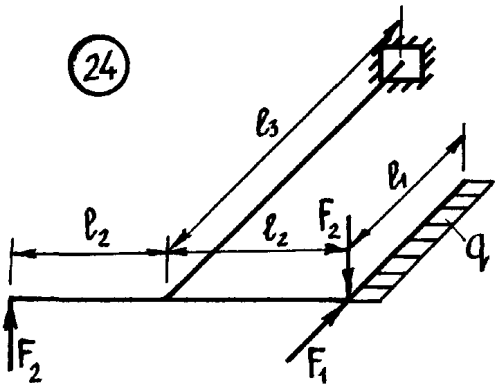


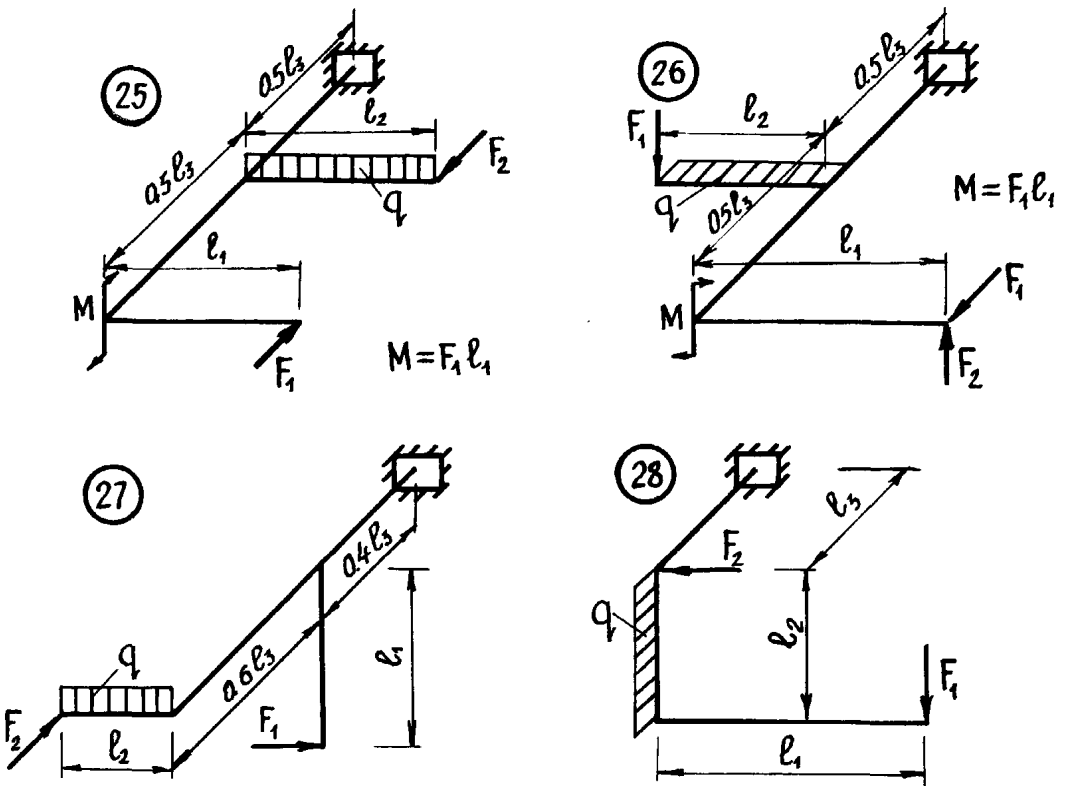
$M = q \ell_1 \ell_2$

23



24

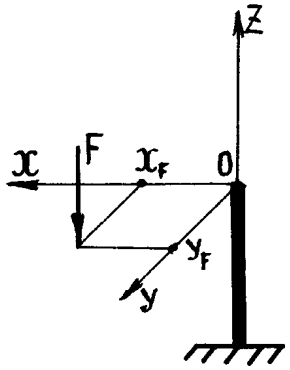


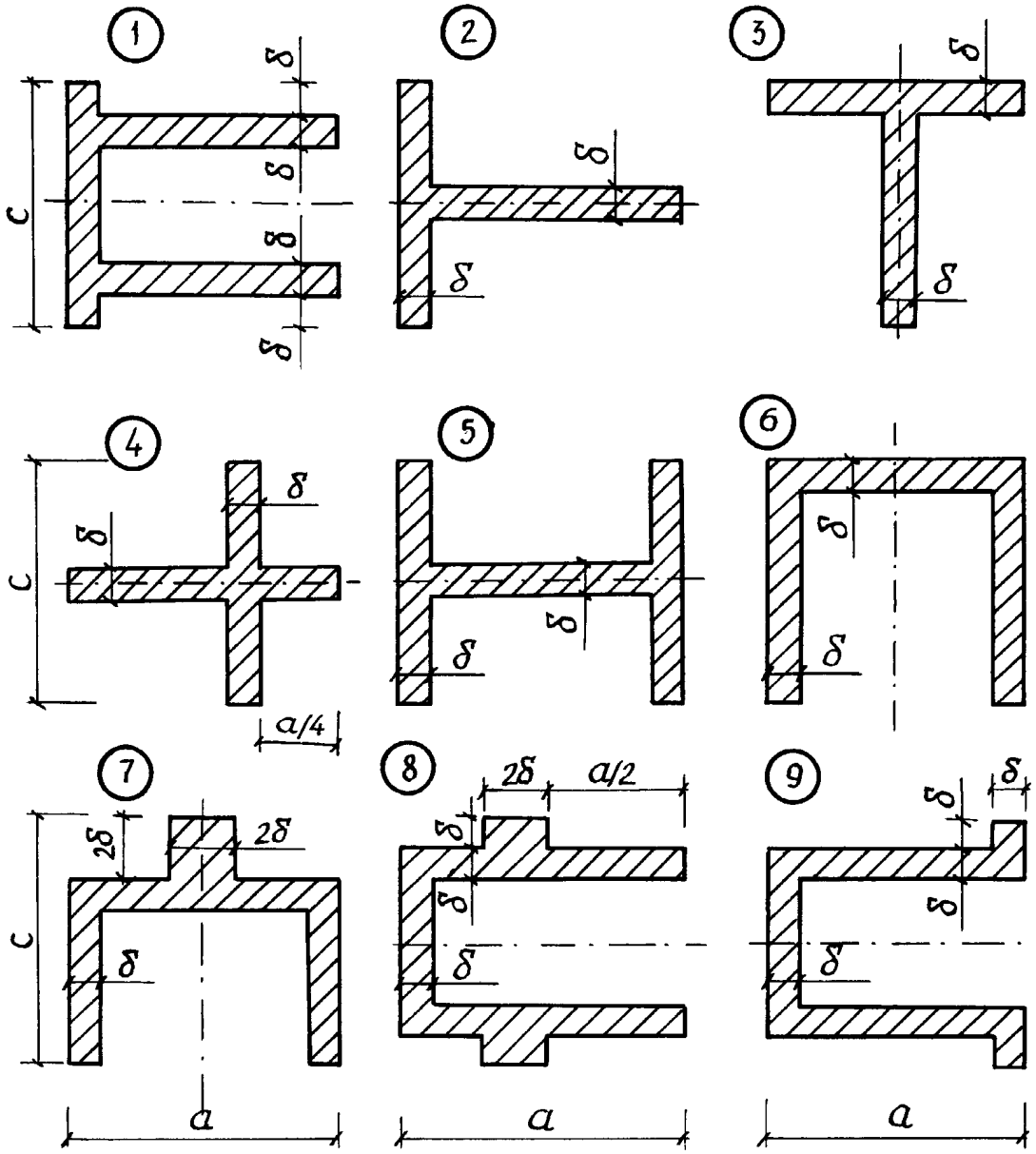


1 таблица

	А	Б	В	Г	А	Б	В
	q (кН/м)	F_1 (кН)	F_2 (кН)	l_1 (м)	l_2 (м)	l_3 (м)	h/b
1	10	10	12	1.0	1.9	1.2	1.2
2	12	9	14	1.1	1.8	1.6	1.4
3	13	8	9	1.2	1.7	1.4	1.6
4	14	7	8	1.3	1.6	0.6	1.8
5	15	6	10	1.4	1.5	0.8	2.0
6	8	5	11	1.5	1.4	1.0	2.2
7	9	14	12	1.6	1.3	1.5	2.4
8	10	13	14	1.7	1.2	1.3	2.2
9	9	12	12	1.8	1.1	1.7	2.0
0	10	11	9	1.9	1.0	1.8	1.8

2. ҮЗӘКТӘН ЧИТТӘ КЫСЫЛГАН БАГАНАНЫҢ ХИСАПЛАУ СХЕМАСЫ ҺӘМ КИСЕМ ВАРИАНТЛАРЫ





2 таблица

	А	**Б**	**В**	**Г**	**А**	**Б**
	Кисем	α (см)	c (см)	δ (см)	x_p (см)	y_p (см)
1	9	16	32	3	1.5	2.0
2	8	18	30	2	1.7	1.8
3	7	20	28	1.5	2.0	1.6
4	6	22	26	2	2.3	1.4
5	5	24	24	3	2.5	1.2
6	4	26	22	1.5	3.0	1.0
7	3	28	20	2	3.2	1.2
8	2	30	18	3	3.5	1.4
9	1	32	16	1.5	3.0	1.6
0	9	16	32	2	2.0	1.8

III. ХИСАПЛАУГА МИСАЛЛАР.

<u>1нче мисал.</u> Фәзаи сынык борысны хисаплыйбыз.

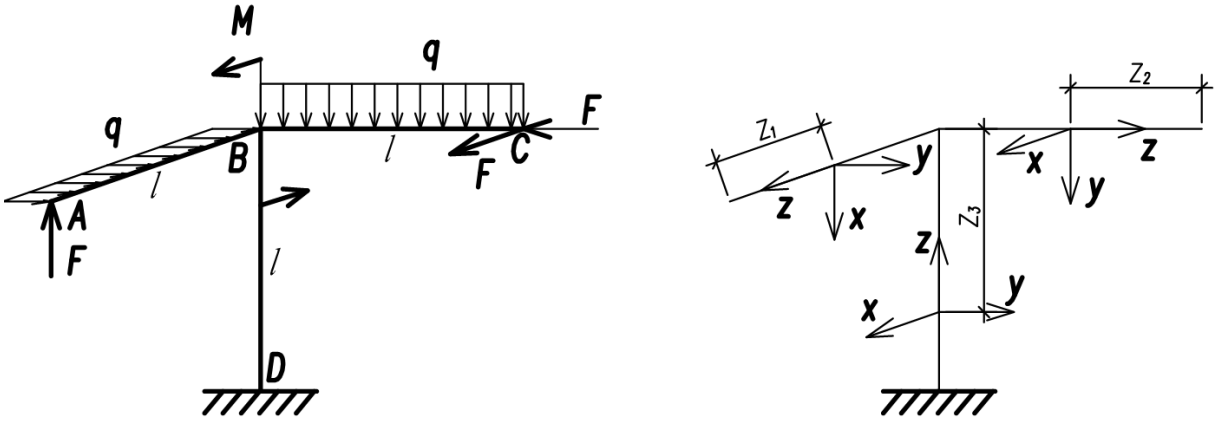
Борысның хисаплау схемасы түбәндәге рәсемдә күрсәтелгән.

Башлангыч бирелешләр: ***F= 20 кН; q= 10 кН/м; M= 40 кН·м; l= 2 м;*** турыпочмаклык кисем өчен ***h/b= 2;*** божра кисем өчен ***δ= 5 мм***. Икетавр – С235 класслы корыч (***R = 230Мпа***); божра – С345 класслы корыч (***R = 320Мпа***); турыпочмаклык – агач (***R = 12МПа***).

1. Бүлемтек саен турыпочмаклы координат системасы кертеп, эчке көчләрнең һәм моментларның тигезләмәләрен язабыз.

Башта борысның томаланган башында (Д ноктасында), уңай ***XYZ*** координат системасын керткәч, аны калган бүлемтекләргә дә борып күчерәбез. Күчергәндә ***Z*** күчәре борысның күчәрләренә тәңгәл килеп барырга тиеш (түбәндәге рәсемнәрне кара).

Эчке көчләрнең тигезләнеш тигезләмәләрен язганда борысның кисеп алынган уңай өлешен карыйбыз. Шуңа күрә терәк реакцияләрен хисаплау кирәк булмый.



<u>1нче бүлемтек (АВ)</u>. 0 ≤ z₁ ≤ l=2 м.

Түбәндәге рәсемдә эчке көчләр һәм моментлар күрсәтелмәгән. Аларның юнәлешләре, кисемнең уңай ягы каралганлыктан, күчәрләргә капма-каршы булалар.

$\Sigma x=0 \quad -Q_x - F = 0 \quad \Rightarrow Q_x= -F= -20$ кН;

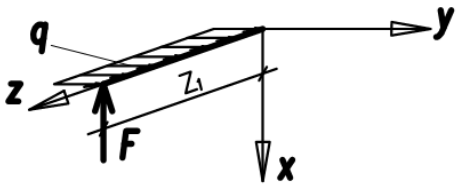
$\Sigma y=0 \quad -Q_y + q\cdot z_1 = 0 \quad \Rightarrow Q_y= q\cdot z_1$;

$\Sigma z=0 \quad -N_z = 0 \quad \Rightarrow N_z= 0$;

$\Sigma mom_x=0 \quad -M_x - q\cdot\frac{z_1^2}{2} = 0 \quad \Rightarrow M_x= -q\cdot\frac{z_1^2}{2}$;

$\Sigma mom_x=0 \quad -M_y - F\cdot z_1 = 0 \quad \Rightarrow M_y= -F\cdot z_1$;

$\Sigma mom_z=0 \quad -M_z = 0 \quad \Rightarrow M_z= 0$.



Эчке көчләрнең һәм моментларның z_1 агым координатына бәйле кыйммәтләрен хисаплыйк:

$z_1=0 \quad \Rightarrow \quad Q_y=0,\ M_x=0,\ M_y=0;$

$z_1=2м \quad \Rightarrow \quad Q_y=20\ кН,\ M_x=-20\ кН\cdot м,\ M_y=-40\ кН\cdot м;$

$z_1=1м \quad \Rightarrow \quad M_x=-5\ кН\cdot м.$

<u>2нче бүлемтек (СВ)</u>. $0 \le z_2 \le l=2$ м.

$\Sigma x=0 \quad \Rightarrow \quad Q_x= F= 20\ кН;$

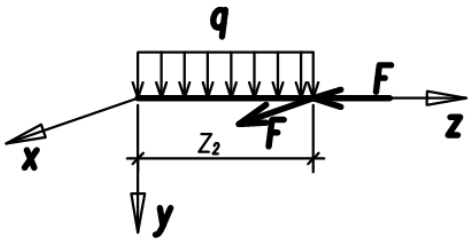
$\Sigma y=0 \quad \Rightarrow \quad Q_y= q\cdot z_2;$

$\Sigma z=0 \quad \Rightarrow \quad N_z= -F = -20\ кН;$

$\Sigma mom_x=0 \quad \Rightarrow \quad M_x= -q\cdot\dfrac{z_2^2}{2};$

$\Sigma mom_x=0 \quad \Rightarrow \quad M_y= F\cdot z_2;$

$\Sigma mom_z=0 \quad \Rightarrow \quad M_z= 0.$



$z_2=0 \quad \Rightarrow \quad Q_y=0,\ M_x=0,\ M_y=0;$

$z_2=2м \quad \Rightarrow \quad Q_y=20\ кН,\ M_x=-20\ кН\cdot м,\ M_y=40\ кН\cdot м;$

$z_2=1м \quad \Rightarrow \quad M_x=-5\ кН\cdot м.$

<u>3нче бүлемтек (BD)</u>. $0 \le z_3 \le l=2$ м.

$\Sigma x=0 \quad \Rightarrow Q_x= F= 2\ 0кН;$

$\Sigma y=0 \quad \Rightarrow Q_y= q\cdot l - F = 0;$

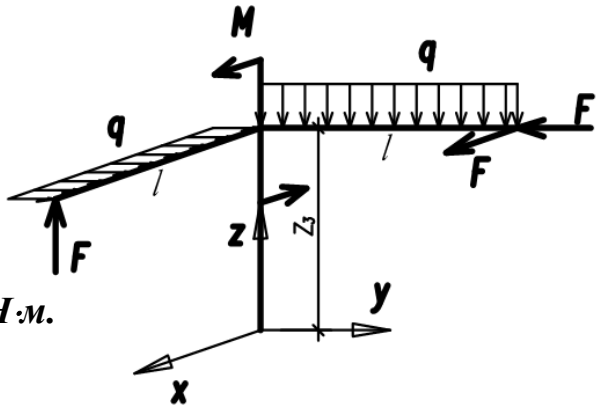
$\Sigma z=0 \quad \Rightarrow N_z= F - q\cdot l = 0;$

$\Sigma mom_x=0 \quad \Rightarrow M_x= F\cdot z_3 - q\cdot l\cdot z_3 -$

$- q\cdot l^2/2 = -20\ кН\cdot м;$

$\Sigma mom_x=0 \quad \Rightarrow M_y= F\cdot z_3 + M - F\cdot l;$

$\Sigma mom_z=0 \quad \Rightarrow M_z= q\cdot l^2/2 - F\cdot l = -20\ кН\cdot м.$



$z_3=0 \quad \Rightarrow \quad M_y=0\ кН\cdot м;$

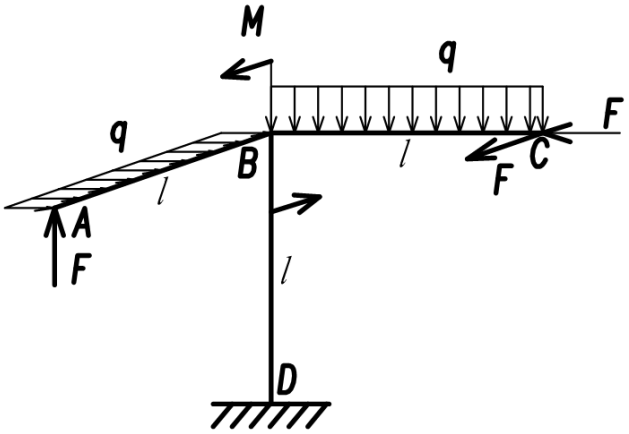
$z_3=2м \quad \Rightarrow \quad M_y=40\ кН\cdot м.$

2. Эчке көчләрнең һәм моментларның эпюрларын төзибез.

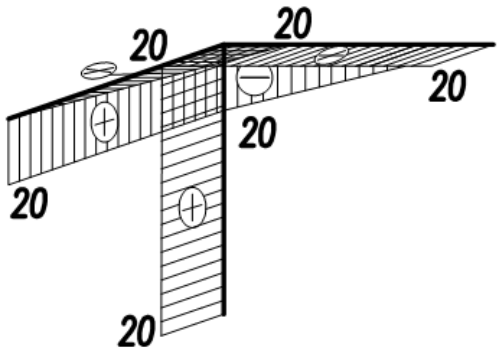
Эпюрларны төзегәндә аркылы көчләрнең **(Q_x, Q_y)** уңай кыйммәтләре ***XY*** күчәрләренең уңай юнәлешләре буенча салына, бөгү моментларының эпюрлары борысның сузылган җепселләрендә төзелә. Моның өчен, M_x-ның уңай кыммәтләре ***Y*** буенча салынса, M_y-ның уңай кыммәтләре ***X*** күчәрләренең тискәре юнәлеше ягына салынырга тиеш. N_z буй көчнең һәм M_z бөтерү моментының эпюрлары ихтияри рәвештә төзеләләр (***XOZ*** яссылыгында, яки ***YOZ*** яссылыгында). Эпюрлар борыс күчәренә

перпендикуляр итеп штрихлана. Q_x, Q_y эпюрларын (M_x, M_y эпюрларын да), аерым-аерым итеп, яисә бер үк сызымда башкарырга мөмкин.

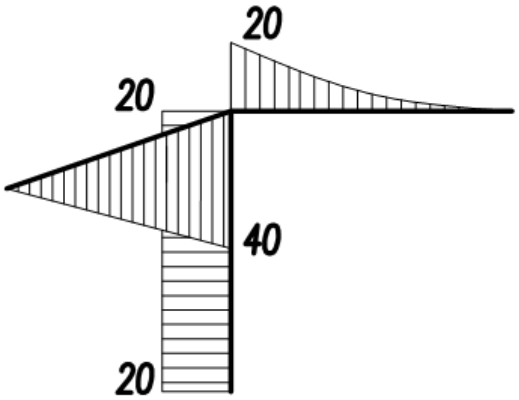
Хисаплау схемасы



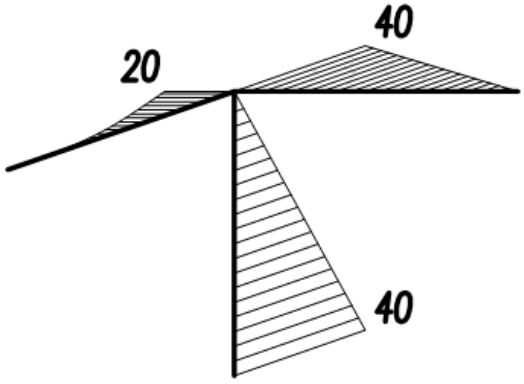
Q_x, Q_y [кН]



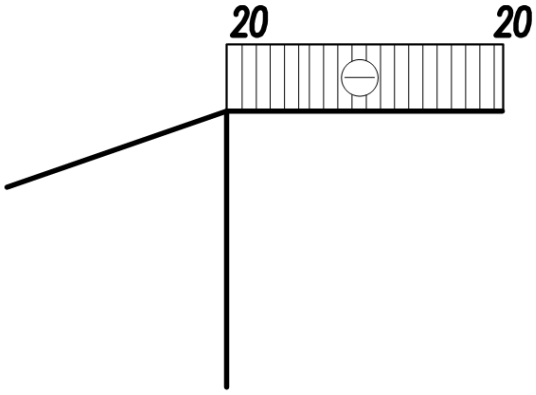
M_x [кН·м]



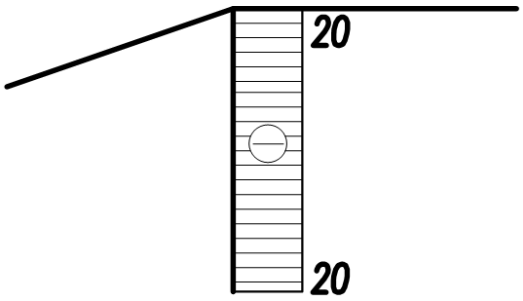
M_y [кН·м]



N_z [кН]



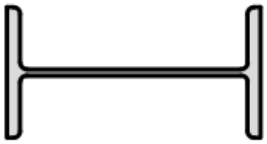
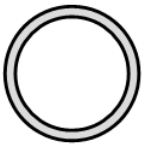
M_z [кН·м]



3. Һәр бүлемтекнең нинди катлаулы деформация кичергәнен ачыклап һәм, шуңа карап, кисем формасын, материалын билгелибез. Кыек бөгелгән бүлемтекләрдә стандарт икетавр кисем алабыз; бөтерелүдән катлаулы каршылык кичергән бүлемтекләрнең аркылы кисемен калынлыгы δ=*5мм* булган божра итеп, ә калган бүлемтекләрнең кисемен якларының чагыштырмасы *h/b* булган турыпочмаклык итеп алабыз. Материал: икетавр – С235 класслы корыч (*R = 230 Мпа*); божра – С345 класслы корыч, (*R = 320 Мпа*); турыпочмаклык –агач (*R = 12 МПа*).

Һәр бүлемтекнең хәтәр кисемен һәм андагы эчке көчләрнең һәм моментларның хисаплау кыммәтләрен билгелибез.

Нәтиҗәләрне түбәндәге китерелгән таблицага тутырабыз.

	1-нче бүлемтек АВ	***2-нче бүлемтек СВ***	***3-нче бүлемтек ВД***
Катлаулы каршылык төре	*Кыек бөгелү*	*Кысып кыек бөгелү*	*Кыек бөгеп бөтерелү*
Хәтәр кисем. Хисаплау кыммәтләре	В ноктасында. M_y =-40 кН·м M_x =-20 кН·м Q_x =-20 кН Q_y =20 кН	В ноктасында. M_y =40 кН·м M_x =-20 кН·м Q_x = 20 кН Q_y =20 кН N_z = -20 кН	В ноктасында. Q_x= 20 кН M_x= 20 кН·м M_y =40 кН·м M_z = -20 кН·м.
Кисемнең төре һәм торышы			
Борысның материалы	корыч С235 (*R = 230 Мпа*)	агач (*R = 12 МПа*)	корыч С345 (*R = 320 Мпа*)

4. Эчке көчләрнең һәм моментларның хәтәр кисемдәге хисаплау кыммәтләре буенча, ныклык шартларыннан чыгып, аркылы кисем үлчәмнәрен билгелибез. Сайланган кисемдәге көчәнеш хәлетнен анализлыйбыз.

<u>1нче бүлемтек (АВ)</u>.

Бу бүлемтек кыек бөгелә. Эчке көчләрнең һәм моментларның хисаплау кыммәтләре:

M_y = -40 кН·м; M_x = -20 кН·м; Q_x = -20 кН; Q_y = 20 кН.

| ***M_x*** | < | ***M_y*** | булганга, икетавр кисемне горизонталь итеп (***x*** буенча яткырып) урнаштырабыз.

Ныклык шарты: $\sigma_{z,max} = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} \le R$

Монда $W_x = W_y^{табл}$; $W_y = W_x^{табл}$. Билгеле булганча, $\frac{W_x^{табл}}{W_y^{табл}} \approx 8 \div 12$.

$\frac{W_y}{W_x} = 10$, $W_x = \frac{W_y}{10}$ дип алып, ныклык шартыннан W_y каршылык моментын табыйк:

$$\sigma_{z\,max} = \frac{|M_x| \cdot 10}{W_y} + \frac{|M_y|}{W_y} \le R \Rightarrow$$

$$W_y \ge \frac{10\,|M_x| + |M_y|}{R} = \frac{10 \cdot 2000 + 4000}{23} = 1043\,см^3.$$

Монда $R = 23\ кН/см^2$ (корыч С235)

Прокатлар сортаменты таблицасыннан (ГОСТ 8239-72) № 45 икетаврын сайлап алабыз: $W_y = W_x^{табл} = 1231\ см^3$; $W_x = W_y^{табл} = 101\ см^3$.

Тикшерәбез:

$$\sigma_{z,max} = \frac{2000}{101} + \frac{4000}{1231} = 19{,}80 + 3{,}25 = 23{,}05\ кН/см^2 \approx R.$$

$\delta = \frac{R - \sigma_z}{R} 100\% = 0{,}2\%$ – йөкләм бик аз гына артык.

Шулай итеп, борысның АВ бүлемтеген №45 икетавр итеп калдырабыз. Аның геометрик параметрларын күчереп алыйк: $h = 45\ см$, $b = 16\ см$, $d = 0.9\ см$, $t = 1{,}42\ см$, $A = 84{,}7\ см^2$, $J_x = 808\ см^4$, $J_y = 27696\ см^4$.

Хәтәр кисемдәге нейтраль сызыкны (НС) һәм көч сызыгын (КС) билгелик:

$tg\alpha = \frac{M_y J_x}{M_x J_y} = \frac{-40 \cdot 808}{-20 \cdot 27696} = 0.058$, $\alpha = arctg\ 0.058 = 3{,}3^\circ$ – нейтраль сызык белән x күчәре арасындагы почмак. Безнең очракта ул уңай, шулай булгач, сызымда сәгат теле йөрешенә каршы итеп салына).

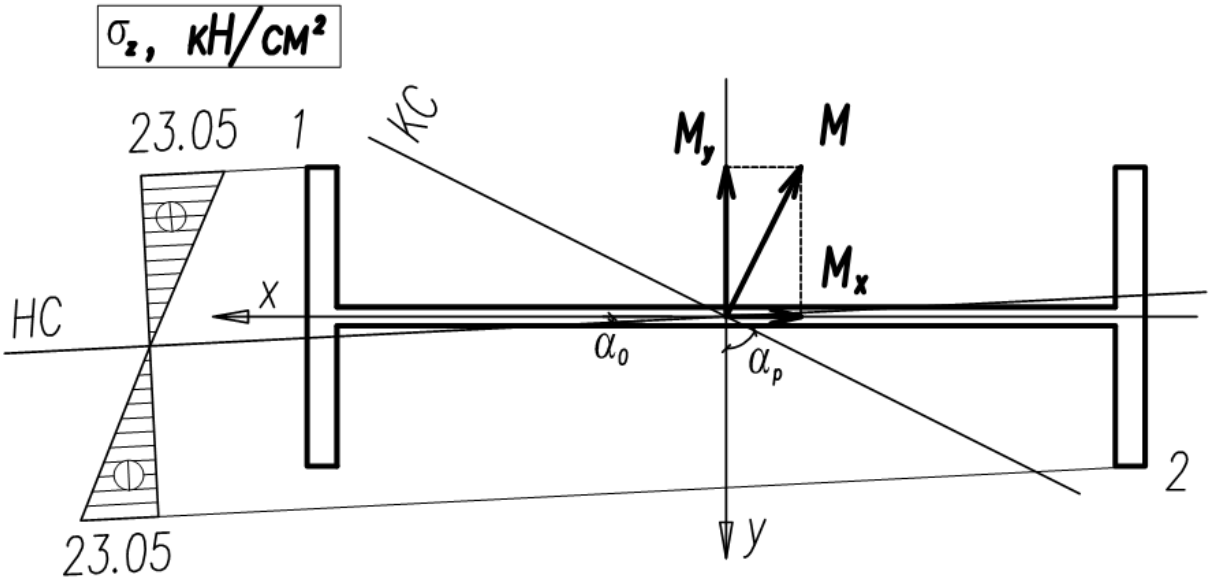
$tg\beta = \frac{M_y}{M_x} = \frac{-40}{-20} = 2$, $\alpha = arctg\ 2 = 63{,}4^\circ$ – нейтраль сызык белән y күчәре арасындагы почмак. Бу сызык суммар бөгү моментына перпендикуляр була.

Нормаль көчәнешләр эпюрын төзик.

Иң зур нормаль көчәнешләр НС-дан иң ерак яткан ***1*** һәм ***2*** нокталарында барлыкка киләләр.

$$\sigma_z(1)=\frac{M_x}{I_x}y(1)-\frac{M_y}{I_y}x(1)=\frac{-2000}{808}(-8)-\frac{-4000}{27696}22.5=23.05\,кН/см^2$$

$$\sigma_z(2)=\frac{-2000}{808}8-\frac{-4000}{27696}(-22.5)=-23.05\,кН/см^2\,.$$



Журавский формуласы буенча хәтәр кисемдәге оранма көчәнешләрне хисаплыйк һәм эпюрларын төзик:

Икетаврның яңагындагы орынма көчәнешләр – $\tau_{zx}=\dfrac{Q_x\cdot S_y^{кис}}{I_y\cdot d}$:

$x=0 \;\Rightarrow\; S_y^{кис}=708см^3$ (ярты кисемнең статик моменты – сортамент таблицасыннан алабыз), $\tau_{zx}=\dfrac{-20\cdot 708}{27696\cdot 0.9}=-0.57\,кН/см^2$;

$x=h/2-t=22.5-1,42=21.08\ см \;\Rightarrow$

$S_y^{кис}=16\cdot 1.42\cdot(22.5-1.42/2)=495см^3$ (икетавр шүрлегенең статик моменты), $\tau_{zx}=\dfrac{-20\cdot 495}{27696\cdot 0.9}=-0.40\,кН/см^2$.

Икетавр шүрлекләрендәге орынма көчәнешләр:

$$\tau'_{zy}=\frac{Q_x\cdot S_y^{кис}}{I_y\cdot t},\ \tau''_{zy}=\frac{Q_y\cdot S_x^{кис}}{I_x\cdot t}:$$

$y=\pm b/2 \quad \Rightarrow S_y^{кис}=S_x^{кис}=0,\ \tau_{zy}=\tau'_{zy}+\tau''_{zy}=0;$

$y=d/2 \Rightarrow$

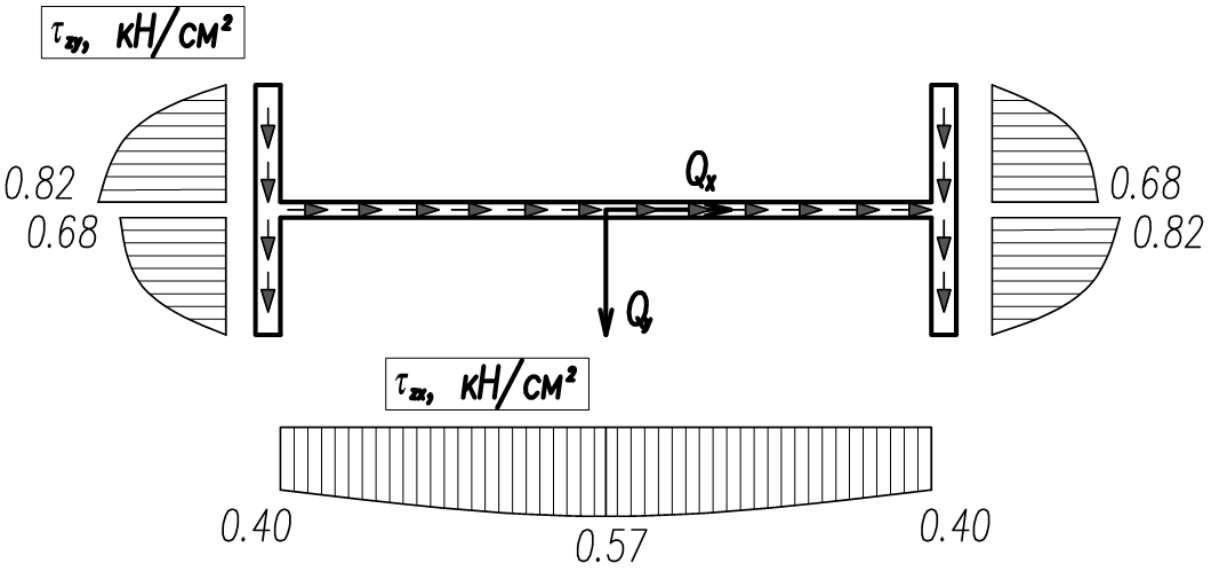
$$S_y^{кис} = \frac{b-d}{2} \cdot t \cdot \frac{h-t}{2} = 7.55 \cdot 1.42 \cdot 21.79 = 233.6 см^3,$$

$$\tau'_{zy} = \frac{-20 \cdot 233.6}{27696 \cdot 1.42} = -0.12\, кН/см^2,$$

$$S_x^{кис} = \frac{b-d}{2} \cdot t \cdot (\frac{b-d}{4} + \frac{d}{2}) = 7.55 \cdot 1.42 \cdot 4.225 = 45.3 см^3,$$

$$\tau''_{zy} = \frac{20 \cdot 45.3}{808 \cdot 1.42} = 0.80\, кН/см^2;\ \tau_{zy} = -0.12 + 0.8 = 0.68\, кН/см^2;$$

$y=-d/2 \qquad \Rightarrow \tau_{zy} = \tau'_{zy} + \tau''_{zy} = 0.12 + 0.80 = 0.82\, кН/см^2$



Рәсемнәрдә күрсәтелгән эпюрларга карап көчәнеш халәтен анализлагач, түбәндәге нәтиҗәләргә киләбез:

– нормаль көчәнешләрнең эпюрыннан күренгәнчә, мондый йөкләнү өчен икетавр кисем рациональ түгел. Нейтраль сызык x күчәреннән аз гына борылган һәм, шунлыктан, өрлек үзенең кечкенә катылыгы юнәлешендә бөгелә диярга була;
– орынма көчәнешләрнең ныклыкка тәсире бик аз. Алар беренчедән, нормаль көчәнешләрдән күп тапкыр кечерәк **(σ_{max}/τ_{max}=28)**; икенчедән, иң зур нормаль көчәнешләр тәэсир иткән нокталарда орынма көчәнешләр нульгә тигез;
– бу бүлемтекнең авырлыгын киметү өчен икетавр урынына башка төрле кисем сайлау файдалы.

<u>2нче бүлемтек (СВ)</u>.

Бүлемтек кысып кыек бөгелә. Эчке көчләрнең һәм моментларның хисаплау кыммәтләре:

M_y = 40 кН·м; M_x = -20 кН·м; Q_x = 20 кН; Q_y = 20 кН; N_z = -20 кН.

| M_x | < | M_y | булганга, турыпочмаклы кисемнең озын ягын горизонталь итеп урнаштырабыз (***h/b***-ны алыштырып алабыз).

Ныклык шарты: $\sigma_{z,max} = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} + \frac{|N_z|}{A} \le R$.

R = 12МПа =1.2 кН/см² – агач

b/h= 2 дип алсак, $W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{h^3}{3}$; $W_y = \frac{h \cdot b^2}{6} = \frac{2h^3}{3}$; $A = b \cdot h = 2h^2$.

Беренче якынаюда N_z буй көчен исәпкә алмыйча, ныклык шартыннан ***h***-ны билгелибез:

$$\sigma_{z\,max} = \frac{3|M_x|}{h^3} + \frac{3|M_y|}{2h^3} \le R$$

$h \ge \sqrt[3]{\frac{6|M_x| + 3|M_y|}{2R}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 2000 + 3 \cdot 4000}{2 \cdot 1.2}} = 21.5 \approx 22см$ (***1см***-га кадәр түгәрәклибез). ***b= 2h= 44см***,

$W_x = \frac{44 \cdot 22^2}{6} = 3549см^3$, $W_y = \frac{22 \cdot 44^2}{6} = 7100см^3$, $A = 22 \cdot 44 = 968см^2$

Тикшерәбез:

$\sigma_{z,max} = \frac{2000}{3549} + \frac{4000}{7100} + \frac{20}{968} = 0.563 + 0.563 + 0.021 = 1.15$ ***кН/см² <R=1.2кН/см²***.

Шулай итеп, борысның ***СВ*** бүлемтеген ***22х44 см*** кисемле агач борыстан сайлыйбыз: ***h= 22 см, b= 44см,***

$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12} = 39043см^3$, $I_y = \frac{h \cdot b^3}{12} = 156171см^3$.

Хәтәр кисемдәге нейтраль сызыкны (НС), аның координат күчәрләре белән кисешкән нокталар координатлары аша билгелибез:

$$\alpha_x = \frac{N_z I_y}{M_y A} = -0.81\ см;\ \alpha_y = -\frac{N_z I_x}{M_x A} = -0.42\ см.$$

Нормаль көчәнешләрнең эпюрын төзик.

Максималь нормаль көчәнешләр НС-тан иң ерак яткан ***1*** һәм ***2*** нокталарында барлыкка киләләр.

$$\sigma_z(1)=\frac{M_x}{I_x}y(1)-\frac{M_y}{I_y}x(1)+\frac{N_z}{A_z}=\frac{-2000}{39043}11-\frac{4000}{156171}22-\frac{20}{968}=$$

$= -1.15$ *кН/см*^{2};

$$\sigma_z(2)=\frac{-2000}{39043}(-11)-\frac{4000}{156171}(-22)-\frac{20}{968}=1.11 \text{ кН/см}^2.$$

Журавский формуласы буенча хәтәр кисемдәге оранма көчәнешләрне хисаплыйк һәм эпюрларын төзик:

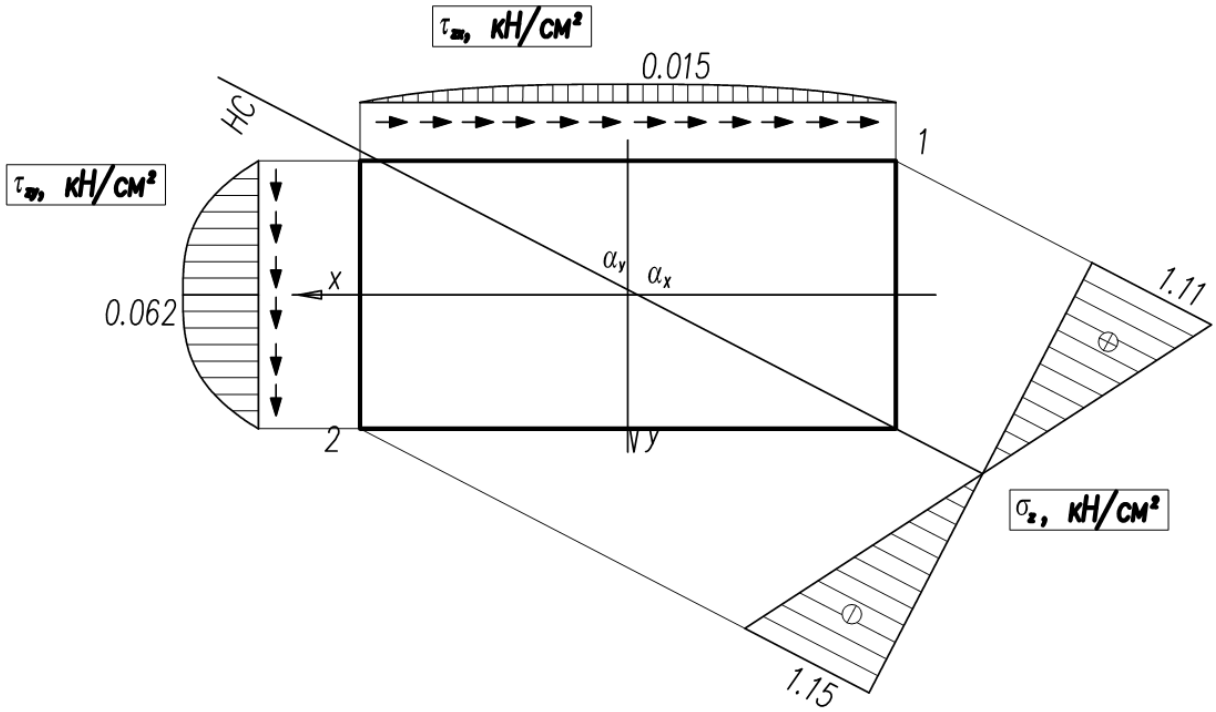
$$\tau_{zx}=\frac{Q_x\cdot S_y^{кис}}{I_y\cdot h},\ \tau_{zy}=\frac{Q_y\cdot S_x^{кис}}{I_x\cdot b}.$$

$x=0 \Rightarrow S_y^{кис}=\frac{b\cdot h^2}{8}=2662$ *см*^{3} (ярты кисемнең статик моменты),

$$\tau_{zx}^{max}=\frac{20\cdot 2662}{156171\cdot 22}=0.015 \text{ кН/см}^2;$$

$y=0 \Rightarrow S_x^{кис}=\frac{h\cdot b^2}{8}=5324$ *см*^{3} (ярты кисемнең статик моменты),

$$\tau_{zy}^{max}=\frac{20\cdot 5324}{39043\cdot 44}=0.062 \text{ кН/см}^2;$$



Рәсемнәрдә күрсәтелгән эпюрларга карап көчәнеш халәтен анализлагач, түбәндәге нәтиҗәләргә киләбез:

– нормаль көчәнешләрнең иң зурлары кисемнең ***1*** һәм ***2*** нокталарында тәэсир итәләр. Иң зур кысучы көчәнеш иң зур сузучы көчәнешкә

караганда ***3,4%*** зуррак. Бу бөгү моментларыннан тыш кисемдә тискәре буй көч дә барлыгыннан, ә көчәнешләрнең аз аерылуы буй көчнең ныклыкка тәэсире аз икәнлеген күрсәтә (әлбәттә, без караган очракта);

– орынма көчәнешләрнең ныклыкка тәсире бик аз. Алар беренчедән, нормаль көчәнешләрдән күп тапкыр кечерәк (**σ_{max}/τ_{max} = 18)**; икенчедән, иң зур нормаль көчәнешләр тәэсир иткән нокталарда орынма көчәнешләр нульгә тигез.

<u>3нче бүлемтек (BD)</u>.

Бүлемтек кыек бөгеп бөтерелә. Эчке көчләрнең һәм моментларның хисаплау кыммәтләре: ***M_y= 40 кН·м; M_x= 20 кН·м;***
M_z=-20 кН·м; Q_x=20 кН.

Ныклык шартын өченче ныклык теориясе буенча язабыз: $\sigma_{экв}^{III} = \frac{1}{W_x}\sqrt{M^2 + M_z^2} \le R$, монда $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 44.72 кН \cdot м$, ***R = 32 кН/см²*** (корыч С345).

$$W_x \ge \frac{1}{R}\sqrt{M^2 + M_z^2} = \frac{1}{32}\sqrt{(4472^2 + 2000^2} = 153.1 см^2 .$$

Юка стеналы торбалар өчен кисемнең каршылык моменты – $W_x = \pi \cdot \delta \cdot d^2/4$. Кисемнең калынлыгын ***δ= 0.5 см*** дип алып, уртача диаметрын билгелик:

$$d_0 = \sqrt{4W_x / \pi \cdot \delta} = \sqrt{4 \cdot 153.1 / \pi \cdot 0.5} = 19.75 см .$$

Шулай итеп, борысның BD бүлемтеген ***1мм*** кадәр түгәрәкләп ***δ= 0.5см*** калынлыклы, ***d_0=19.8см*** диаметрлы божра итеп алабыз: ***$A = \pi \cdot \delta \cdot d$= 31.09 см², $I_x = \pi \cdot \delta \cdot d^3/8$ = 1523.3 см⁴,*** эчке диаметры ***d= 19.3 см,*** тышкы диаметры ***D = 20.3 см; r= 9.65 см, r_0= 10.15 см, R=10.15 см.***

Нормаль һәм орынма көчәнешләрнең эпюрларын төзик.

Максималь нормаль көчәнешләр НС-дан иң ерак яткан ***1*** һәм ***2*** нокталарында барлыкка киләләр:

$$\sigma_z(1) = \frac{M}{I_x} y_1(1) = \frac{4472}{1523.3} 10,15 = 29.80 кН/см^2$$

$$\sigma_z(2) = \frac{M}{I_x} y_1(2) = \frac{4472}{1523.3}(-10,15) = -29.80 кН/см^2$$

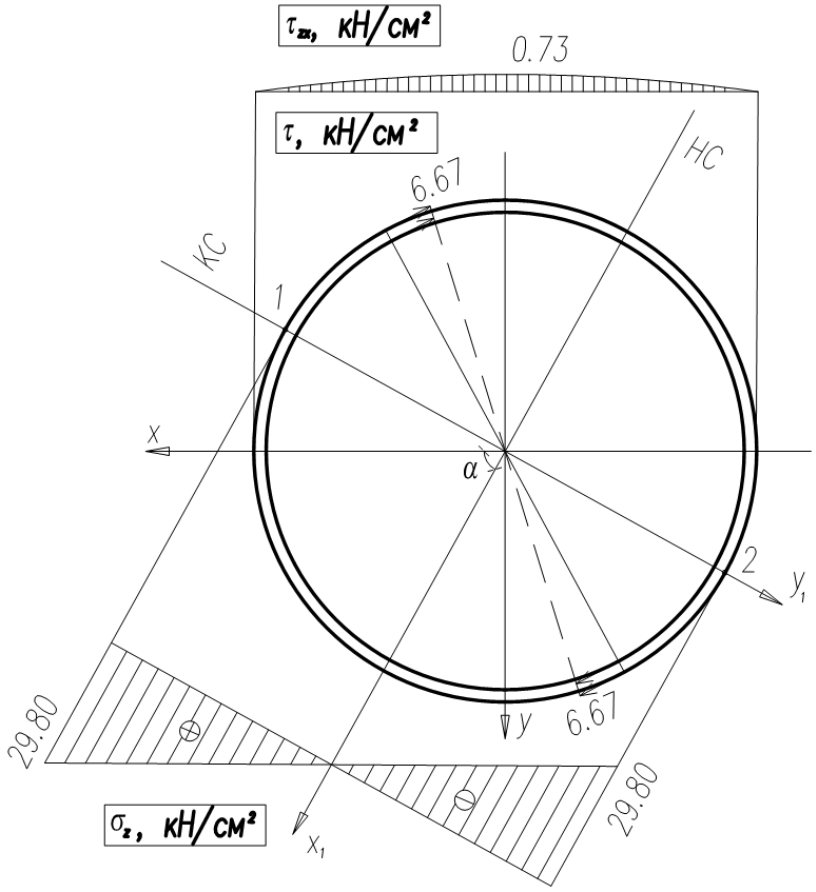
Кисемдәге оранма көчәнешләрне хисаплыйк:

$$\tau = \frac{M_z}{I_\rho}\rho ; \ \tau^{max} = \frac{M_z}{I_\rho} R = \frac{-2000}{2 \cdot 1523.3} 10.15 = -6.67 кН / см^2 .$$

Журавский формуласы буенча хәтәр кисемдәге иң зур орынма көчәнешне хисаплыйк:

$$\tau_{zy}^{max} = \frac{Q_y \cdot S_x^{кис}}{I_x \cdot 2\delta} = \frac{20 \cdot 55.9}{1523.3 \cdot 1} = 0.73 кН / см^2$$, монда

$$S_x^{кис} \approx \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \delta}{4}(1 - \frac{2}{\pi}) = 55.9 см^3$$ - ярты кисемнең статик моменты.

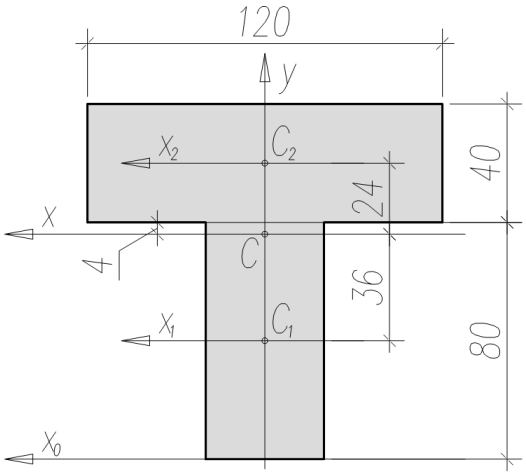


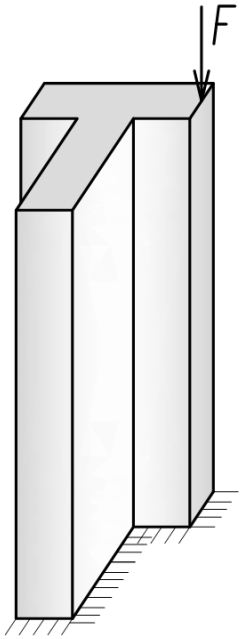
Рәсемнәрдә күрсәтелгән эпюрларга карап көчәнешле халәтне анализлагач, түбәндәге нәтиҗәләргә киләбез:

– аркылы бөгел орынма көчәнешләр (тиңкәре $Q_x=20$ *кН*), бөтерүдән орынма көчәнешләреннән шактый ким ($\tau/\tau_{zx}=9$). Кисемнең хәтәр ноктасындаы (***1*** ноктасында) бу көчәнешләрнең кыйммәте тагын да кечерәк, һәм аның ныклыкка тәсирен исәпкә алмаска була;
– гомуми очракта τ_{zx} орынма көчәнешенең ***1*** ноктасындагы кыйммәтен τ-га кушып, ныклыкны тагын тикшерергә кирәк. ***1*** ноктасында τ_{zx}-ның юнәлеше τ белән тәңгәл килә, ә ***2*** ноктасында алар капма-каршы.

<u>2нче мисал.</u> Үзәктән читтә кысылган багананы хисаплау.

Багананың хисаплау схемасы, аркылы кисеменең үлчәмнәре түбәндәге рәсемдә бирелгән; материалың сузуга һәм кысуга каршылыгы төрле: ***$R_к$ = 90Мпа; R_c = 30Мпа.***





1. Багана кисеменең кирәкле булган геометрик характеристикаларын хисаплыйбыз.

– <u>Кисемнең авырлык үзәген билгелибез.</u> Авырлык үзәгенең симметрия күчәрендә ятканлыгын исәпкә алып, ***x_0Oy*** башлангыч координат системасы алабыз. Кисемне ике турыпрчмаклыкка бүлеп, авырлык үзәгенең координатларын билгелибез (кисем симметрияле булгач, ***y(C)***-гына кала):

$$y(c) = \frac{S_{x_0}}{A} = \frac{y(c_1)A_1 + y(c2)A_2}{A} = \frac{4 \cdot 32 + 10 \cdot 48}{80} = 7{,}6\ см;\ x(c) = 0.$$

$$A = A_1 + A_2 = 32 + 48 = 80\ см^2.$$

– ***x, y*** <u>баш күчәрләре тирәли инерция моментларын хисаплыйбыз</u>:

$$I_x = I_{x_1} + A_1a_1^2 + I_{x_2} + A_2a_2^2 = 171+32\cdot 3.6^2+64+48\cdot 2.4^2 = 926.2\ см^4;$$

$$I_y = I_{y_1} + I_{y_2} = 42.7+576 = 618.7\ см^4.$$

Монда: $I_{x_1} = \frac{b_1h_1^3}{12} = \frac{4 \cdot 8^3}{12} = 171\ см^4;\ I_{y_1} = \frac{h_1b_1^3}{12} = \frac{8 \cdot 4^3}{12} = 42.7\ см^4;$

$$I_{x_2} = \frac{b_2h_2^3}{12} = \frac{12 \cdot 4^3}{12} = 64\ см^4;\ I_{y_2} = \frac{h_2b_2^3}{12} = \frac{4 \cdot 12^3}{12} = 576\ см^4.$$

$$a_1 = |y(c) - y(c_1)| = 3.6\ см;\ a_2 = |y(c) - y(c_2)| = -2.4\ см.$$

– Баш инерция радиусларын хисаплыйбыз.

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A} = \frac{926.2}{80} = 11.6\ см^2;$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{618.7}{80} = 7.7\ см^2$$

2. Кысу көче куелган ноктага туры килгән нейтраль сызыкны билгелибез.

Нейтраль сызык тигезләмәсе: $\frac{y_P \cdot y}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x}{i_y^2} + 1 = 0$,

аның координат күчәрләре белән кисешкән нокталарның координатлары:

$\alpha_x = \frac{-i_y}{x_P} = \frac{-7.7}{-6} = 1.3см$; $\alpha_y = \frac{-i_x}{y_P} = \frac{-11.6}{2.4} = -4.8см$. Монда

$x_P = -6см$; $y_P = 2.4см$ – кысу көче куелган ноктаның координатлары.

Килеп чыккан нокталар аша нейтраль сызыкны сызабыз (түбәндәге рәсемне кара).

3. Ныклык шартларыннан чыгып ($R_к = 9\ кН/см^2$; $R_c = 3\ кН/см^2$), $[F]$ рөхсәти көчен табарга.

Иң зур көчәнешләр кисемнең нейтраль сызыктан иң ерак яткан K_1, K_2 нокталарында барлыкка килә. Шул көчәнешләр өчен ныклык шартларын языйк:

$$\sigma_{max}^{кысу} = |\sigma_z(K_1)| = \left| -\frac{F}{A}\left(\frac{y_P \cdot y(K_1)}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x(K_1)}{i_y^2} + 1 \right) \right| \le R_к;$$

$$\sigma_{max}^{сузу} = \sigma_z(K_2) = -\frac{F}{A}\left(\frac{y_P \cdot y(K_2)}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x(K_2)}{i_y^2} + 1 \right) \le R_c.$$

Беренче ныклык шартыннан:

$$F \le \frac{R_к \cdot A}{\left(\frac{y_P \cdot y(K_1)}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x(K_1)}{i_y^2} + 1 \right)} = \frac{9 \cdot 80}{\left(\frac{2.4 \cdot 4.4}{11.6} + \frac{6 \cdot 6}{7.7} + 1 \right)} = 109.3кН.$$

Икенче ныклык шартыннан:

$$F \le \frac{-R_c \cdot A}{\left(\frac{y_P \cdot y(K_2)}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x(K_2)}{i_y^2} + 1 \right)} = \frac{-3 \cdot 80}{\left(\frac{2.4 \cdot (-0.4)}{11.6} + \frac{-6 \cdot 6}{7.7} + 1 \right)} = 63.8кН$$

Табылган көчләрнең кечесе рөхсәти була.

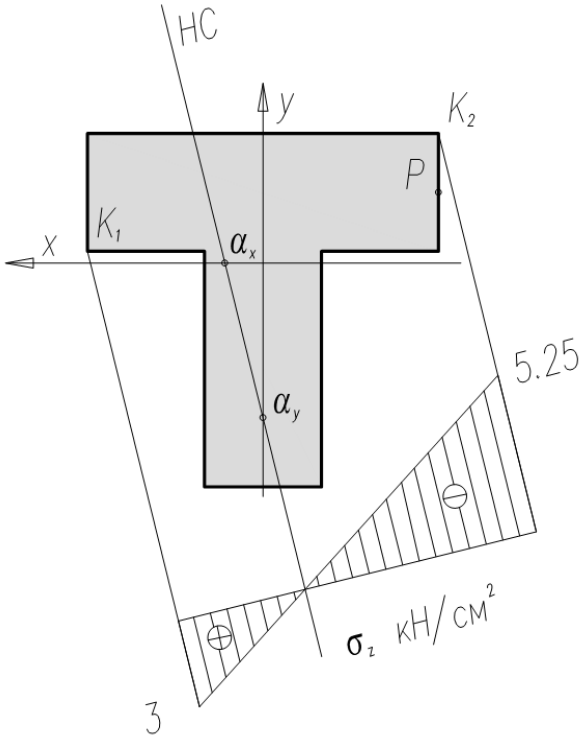
Жавап: $[F] = 63.8\ кН$.

3. Рөхсәти көч өчен нормаль көчәнешләр эпюрын төзибез.

Моның өчен нейтраль сызыктан иң ерак яткан K_1, K_2 нокталарындагы көчәнешләрне хисаплыйбыз һәм сызымга төшерәбез.

$$\sigma_z(K_1) = -\frac{63.8}{80}\left(\frac{2.4 \cdot 4.4}{11.6} + \frac{-6 \cdot (-6)}{7.7} + 1\right) = 5.25\ кН/см^2,$$

$$\sigma_z(K_2) = -\frac{63.8}{80}\left(\frac{2.4 \cdot (-0.4)}{11.6} + \frac{-6 \cdot 6}{7.7} + 1\right) = 3\ кН/см^2.$$



4. Кисем төшен төзибез.

Моның өчен кисемгә орынма итеп нейтраль сызыклар үткәрәбез. Аннары аларга туры килгән P_i нокталарын (кысу көче куелган нокталарны) билгелибез:

$$i\ 1,\ \alpha_y = 4.4см,\ y_{P_1} = \frac{-i_x}{\alpha_y} = \frac{-11.6}{4.4} = -2.6см,\ P_1(0, -2.6);$$

$$i=2,\ \alpha_x = -6см,\ y_{P_2} = \frac{-i_y}{\alpha_x} = \frac{-7.7}{-6} = 1{,}3см,\ P_2(1.3, 0);$$

i=3, НС тигезләмәсенә аның кисемгә кагылган ике ноктасының координатларын куеп, килеп чыккан тигезләмәләр системасын чишәбез:

беренче ноктаның координатлары: ***1(-6; 0.4)***,

икенче ноктаның координатлары: ***2(-2: -7.6).***

$$\frac{y_P \cdot 0.4}{11.6} + \frac{x_P \cdot (-6)}{7.7} = -1,$$

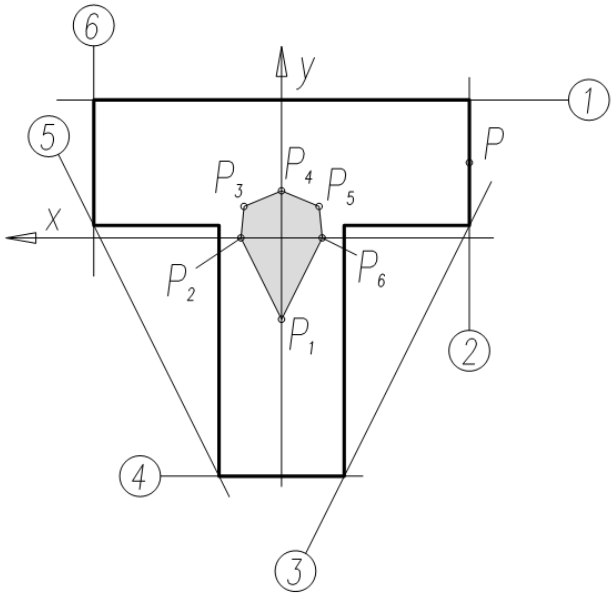
$$\frac{y_P \cdot (-7.6)}{11.6} + \frac{x_P \cdot (-2)}{7.7} = -1.$$

Тигезләмәләр системасын чишәбез: $x_{P_3} = 1.2см, y_{P_1} = 1.0см$, $P_3(1.2; 1.0)$.

$$i=4,\ \alpha_y = -7.6\ см,\ y_{P_4} = \frac{-i_x}{\alpha_y} = \frac{-11.6}{-7.6} = 1{,}5см,\ P_4(0; 1.5);$$

5-нче һәм 6-нчы НС, 3-нче һәм 2-нче НС-га симметрияле булганлыктан: $P_5(0.7; 2)$; $P_6(-1.3; 0)$.

Табылган нокталарны туры сызыклар белән тоташтырып, кисемнең төшен төзибез.



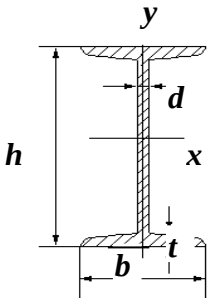
ӘДӘБИЯТ

1. Терегулов И.Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности – М.: Высшая школа, 1984. – 472 с.
2. Александров А.В. и др. Сопротивление материалов – М.: Высшая школа, 1995. – 560 с.
3. Вәлиуллин А.Х. Гамәли механика. – К.: Казан университеты нәшрияты, 1992.
4. Мартышев В.П. Сопротивление материалов. Курс лекций. – Казань, КГАСУ, 2010. – 200 с.
5. Каюмов Р.А. Сопротивление материалов. Конспект лекций. Офсет КГАСУ, Казань, 2010. – 170 с.

Үзеңне тикшерү өчен сораулар:

1. Катлаулы каршыклы борыста нинди эчке көчләр һәм моментлар тәсир итәләр?
2. Катлаулы каршыкларың төрләре пинди?
3. Кыек бөгүдән нормаль көчәнешләрен формуласы, эпюры нинди?
4. Кыек бөгелгән борыс кисемендәге нейтраль һәм көч сызыклары нинди?
5. Кыек бөгү өчен ныклык шартлары ничек языла?
6. Сузып (кысып) бөгү очрагында нормаль көчәнешләр формуласы, эпюры нинди? Борыс кисемендәге нейтраль сызык нинди? Ныклык шартлары ничек языла?
7. Үзәктән читтә сузу (кысу). Нормаль көчәнешләр формуласы нинди?
8. Үзәктән читтә кыслган багана кисемендәге нейтраль сызык ничек билгеләнә? Нейтраль сызыкның үзенчәлекләре нинди?
9. Үзәктән читтә сузу (кысу) өчен ныклык шартлары ничек языла?
10. Кисем төше дип нәрсә атала?
11. Бөгеп бөтерелүдән нормаль һәм орынма көчәнешләр (түгәрәк кисемле борыс өчен) ничек билгеләнә. Ныклык шартлары ничек языла?
12. Катлаулы каршылыкның гомуми очрагы өчен ныклык шартлары ничек языла?

Кушымта



Сталь горячекатаная. Балки двутавровые (по ГОСТ 8239-72)

h – высота балки;
b – ширина полки;
d – толщина стенки;
t – средняя толщина полки;

J - момент инерции;
W - момент сопротивления;
i - радиус инерции;
S - статический момент полусечения;

Номер профиля	Размеры, мм				Площадь сечения, см²	J_x, см⁴	W_x, см³	i_x, см	S_x, см³	J_y, см⁴	W_y, см³	i_y, см³	Масса 1м/ кг
	h	*b*	*d*	*t*									
10	100	55	4,5	7.2	12	198	39.7	4.06	23	17.9	6.49	1.22	9.46
12	120	64	4,8	7.3	14.7	350	58.4	4.88	33.7	27.9	8.72	1.38	11.5
14	140	73	4,9	7.5	17.4	572	81.7	5.73	46.8	41.9	11.5	1.55	13.7
16	160	81	5	7.8	20.2	873	109	6.57	62.3	58.6	14.5	1.7	15.9
18	180	90	5.1	8.1	23.4	1290	143	7.42	81.4	82.6	18.4	1.88	18.4
18a	180	100	5.1	8.3	25.4	1430	159	7.51	89.8	114	22.8	2.12	19.9
20	200	100	5.2	8.4	26.8	1840	184	8.28	104	115	23.1	2.07	21
20a	200	110	5.2	8.6	28.9	2030	203	8.37	114	155	28.2	2.32	22.7
22	220	110	5.4	8.7	30.6	2550	232	9.13	131	157	28.6	2.27	24
22a	220	120	5.4	8.9	32.8	2790	254	9.22	143	206	34.3	2.5	25.8
24	240	115	5.6	9.5	34.8	3460	289	9.97	163	198	34.5	2.37	27.3
24a	240	125	5.6	9.8	37.5	3800	317	10.1	178	260	41.6	2.63	29.4
27	270	125	6	9.8	40.2	5010	371	11.2	210	260	41.5	2.54	31.5
27a	270	135	6	10.2	43.2	5500	407	11.3	229	337	50	2.8	33.9
30	300	135	6.5	10.2	46.5	7080	472	12.3	268	337	49.9	2.69	36.5
30a	300	145	6.5	10.7	49.9	7780	518	12.5	292	436	60.1	2.95	39.2
33	330	140	7	11.2	53.8	9840	597	13.5	339	419	59.9	2.79	42.2
36	360	145	7.5	12.3	61.9	13380	743	14.7	423	516	71.1	2.89	48.6
40	400	155	8.3	13	72.6	19062	953	16.2	545	667	86.1	3.03	57
45	450	160	9	14.2	84.7	27696	1231	18.1	708	808	101	3.09	66.5
50	500	170	10	15.2	100	39727	1589	19.9	919	1043	123	3.23	78.5
55	550	180	11	16.5	118	55962	2035	21.8	1181	1356	151	3.39	92.6
60	600	190	12	17.8	138	76806	2560	23.6	1491	1725	182	3.54	108

Низамеев Васил Габдулхаевич

«Устойчивость сжатой стойки»

(Кысылган баганана тотрыклыгы)

Редактор – Р.А. Шакирзянов

Подписано в печать		Формат 60х84/16,
Заказ	Печать ризографическая	1,7 усл.печ.л.
Тираж 50 экз.	Бумага офсетная №1	1,7 уч.-изд.л.

Издательства КГАСУ

420043, Казань, ул.Зеленая, д.1.