МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики, электротехники и автоматики

Лабораторная работа №15

«ИЗУЧЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ДЕРЕВЯННОГО БРУСА»

Методические указания
к лабораторным работам по физике
для студентов всех направлений подготовки

Казань
2016

УДК 535
ББК 22.34
С 35

Методические указания к лабораторным работам по физике для студентов всех специальностей. Лабораторная работа №15 «Изучение деформации деревянного бруса» / Сост.: В.И.Сундуков, Казань: КазГАСУ, 2016 г.- 12 с.

Данные методические указания являются составной частью методического обеспечения аудиторной и самостоятельной работы студентов всех специальностей.
В работе изложены некоторые вопросы механики, связанные с деформацией тел, рассматривается метод измерения модуля Юнга при изгибе балки. Приведено описание лабораторной установки и изложена методика проведения эксперимента.

Стр.12, рис. 6, табл.1.

Рецензент
доцент кафедры теплоэнергетики **В.Н. Енюшин**

УДК 535
ББК 22.34

© Казанский государственный архитектурно-строительный университет, 2016 г.

© Сундуков В.И., 2016

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В теории упругости под словом деформация подразумевают всякое изменение в относительном расположении частиц твёрдого тела, возникшее под влиянием внешних сил. Если внешние усилия малы, то с прекращением их действия деформации, вызываемые ими, исчезают. Если они велики, то с прекращением их действия деформация, вызываемая ими, полностью не исчезает. Остаётся так называемая остаточная деформация. Когда появляется первый след остаточной деформации, говорят, что достигнут предел упругости. Обычно тела называют упругими, если предел упругости достигается при больших внешних усилиях или при больших деформациях (например, сталь, каучук). В противном случае, тела называют неупругими (например, свинец).

Среди множества различных деформаций следует отметить две простейшие: деформацию растяжения (сжатия) и деформацию сдвига. Все остальные виды деформации имеют более или менее сложный характер. Например, на рисунке 1 приведены некоторые виды деформаций.

Рис. 1. Некоторые возможные виды деформации тела.

В случае если деформации достаточно малы, то можно любую деформацию рассматривать как сумму некоторых растяжений и сдвигов. В пределах малых величин все деформации удовлетворяют следующим основным законам.

В пределах упругости деформация пропорциональна величине внешнего усилия.

Перемена знака внешнего усилия вызывает только перемену знака деформации, без изменения её абсолютной величины.

При действии нескольких внешних усилий общая деформация равна сумме частных деформаций.

Если сила, действующая на тело, направлена по нормали к поверхности, происходит деформация растяжения или сжатия, если же по касательной к поверхности — деформация сдвига. Действие внешней силы обычно принято характеризовать *усилием*.

Усилием называется внешняя сила, отнесённая к единице площади, .

$$P = \frac{dF}{dS}, \tag{1}$$

где dF — внешняя сила, действующая на бесконечно малую площадку dS**.** При деформации в теле возникают силы, противодействующие внешним силам. Их называют упругими силами. Упругая сила, отнесенная к единице площади, называется ***напряжением***:

$$\sigma = \frac{dF_{\text{упр}}}{dS}, \tag{2}$$

где $dF_{\text{упр}}$ — упругая сила, действующая на бесконечно малую площадку dS.

При деформации одностороннего растяжения (сжатия) напряжение и усилие направлены перпендикулярно площадке. При деформации сдвига — усилие и напряжение направлены по касательной к площадке.

Рассмотрим вначале деформацию растяжения на примере некоторого изотропного образца, например, проволоки. Пусть верхний конец проволоки закреплен, а к нижнему концу подвешиваются различные грузы $P = mg$. В качестве меры деформации растяжения используют абсолютное Δl или относительное удлинение ε

$$\Delta l = l - l_0 \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \tag{3}$$

где l_0 – начальная длина проволоки, а l – ее длина при нагрузке. Относительное удлинение ε рассчитывается на единицу начальной длины и поэтому, в отличие от абсолютного удлинения Δl, от длины проволоки не зависит.

Выделим мысленно произвольный элемент проволоки (рис. 2). Из условия равновесия следует, что со стороны соседних частей проволоки на концы рассматриваемого участка действуют равные по величине, но противоположно направленные силы F. Это силы упругости, возникшие в проволоке в результате ее деформации. Если деформация однородная, то каждая из сил равномерно распределена по поверхности поперечного сечения проволоки S.

Нормальное напряжение будет равно

$$\sigma = \frac{F}{S} \tag{4}$$

При однородной деформации нормальное напряжение одинаково в любом поперечном сечении образца. При неоднородной деформации для в разных точках неоднородно деформированного образца напряжение σ разное.

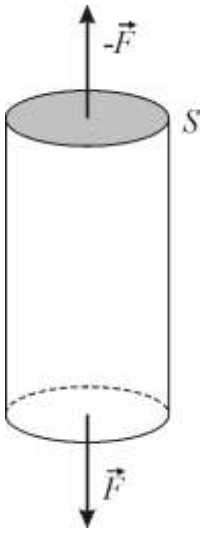


Рис. 2. Элемент проволоки с действующими на него силами

В пределах упругих деформаций нормальное напряжение прямо пропорционально относительному удлинению. Закон Гука для деформации растяжения записывается в виде:

$$\sigma = \varepsilon E \tag{5}$$

где E - коэффициент пропорциональности, называемый модулем продольной упругости (модулем Юнга) материала образца. Модуль продольной упругости численно равен нормальному напряжению, которое возникло бы в теле при его относительном удлинении, равном единице, если бы деформация оставалась упругой. При этом длина тела увеличилась бы в два раза. На практике большинство тел, кроме резины, не могут так деформироваться без разрушения. При увеличении деформации увеличивается напряжение и перестаёт выполняться закон Гука.

Зависимость нормального напряжения σ от относительного удлинения ε изображена на рисунке 3. При малых деформациях (от 0 до ε_n) выполняется закон Гука; это практически линейный участок $0a$. Максимальное напряжение σ_n, соответствующее этому участку, называется пределом пропорциональности. Предел упругости σ_y - это максимальное напряжение, при котором еще сохраняются упругие свойства тела. На участке ab деформация нелинейная, но еще упругая

(обычно этот участок очень малый: σ_y больше σ_n на доли процента.) При напряжениях, больших σ_y, деформация становится пластической: в теле после снятия нагрузки наблюдается остаточная деформация ε_o. При напряжениях σ_T удлинение нарастает практически без увеличения нагрузки. Это область текучести материала (участок *cd*). На участке *de* происходит некоторое упрочение образца. После достижения максимального значения σ_d – предела прочности – напряжение резко уменьшается, и образец разрушается (точка *f* на графике).

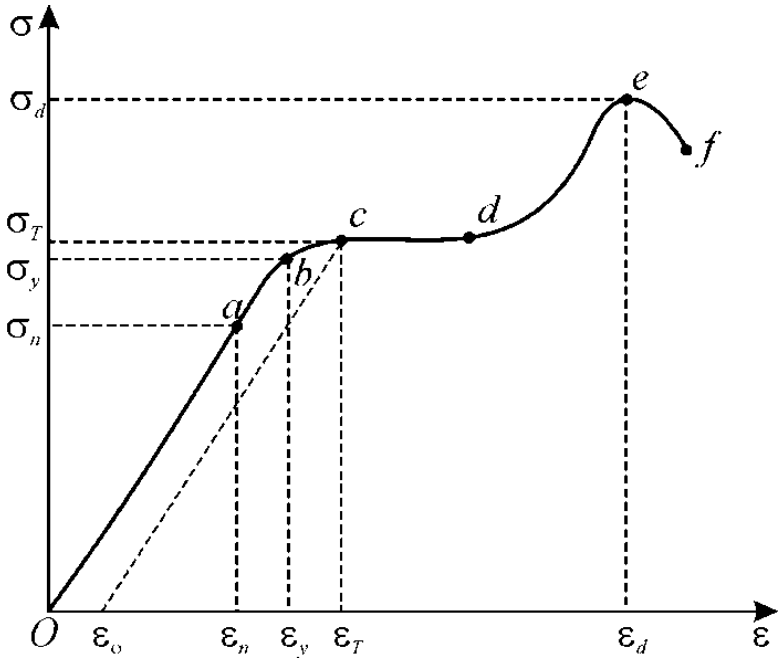


Рис. 3. Зависимость нормального напряжения σ от относительного удлинения ε

Наряду с продольной деформацией стержня наблюдается и изменение его поперечных размеров. Причём при растяжении поперечные размеры стержня уменьшаются, а при сжатии — увеличиваются. Пусть b_0 — толщина стержня до деформации, b — после деформации. За толщину для круглого стержня принимают его диаметр, для прямоугольного стержня — одну из сторон его прямоугольного основания и т.д. Тогда относительная поперечная деформация будет равна $\varepsilon_n = \Delta b / b_0$, где $\Delta b = b - b_0$. Как следует из опытов, относительное изменение поперечных размеров стержня пропорционально тому же усилию, приложенному стержню. Поэтому оно пропорционально и величине относительного изменения длины стержня. Отношение относительной поперечной деформации к

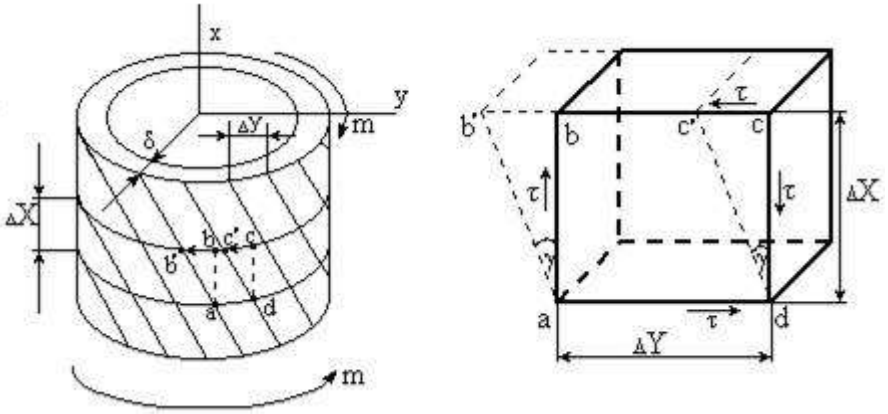
соответствующей относительной продольной деформации называется коэффициентом Пуассона

$$\mu = \frac{\varepsilon_{\text{п}}}{\varepsilon} = \frac{\Delta b / b_0}{\Delta l / l_0}. \qquad (6)$$

Коэффициент Пуассона зависит только от материала. Его значение находится в интервале от 0 до 0.5. Для пористых материалов (например, пенопластов) μ= 0, так как при деформации тел из таких материалов их поперечные размеры не изменяются, для резины и других высокоэластичных материалов он близок к 0.5.

Другим видом простой деформации является деформация кручения или сдвига. **Сдвигом** называется такой вид деформации, при которой в любом поперечном сечении бруса возникает только поперечная сила. На сдвиг работают заклепки, болты шарнирных соединений и некоторые другие элементы конструкций. Простейшим примером сдвига является резание ножницами. При сдвиге поперечные сечения бруса смещаются, оставаясь в параллельных плоскостях.

Экспериментально чистый сдвиг может быть осуществлён при кручении тонкостенной трубы (рис. 4а). Рассмотрим элемент abcd, вырезанный из тонкостенной трубы (рис.4б).



а б

Рис. 4. Деформация кручения и сдвига

При возникновении касательных напряжений элемент перекашивается. Если считать грань ad закреплённой, то грань вс сдвинется в положение в' с'. Все прямые углы между гранями изменятся на одну и ту же величину γ. Угол γ представляющий изменение первоначального прямого угла между гранями элементарного параллелепипеда, называется **углом сдвига.** Упругая сила $F_{\text{упр}}$, возникающая при сдвиге, направлена вдоль bc, она стремится вернуть телу исходную форму. Отношение этой силы к площади верхней грани

называется касательным или сдвиговым напряжением и обозначается как $\tau = \frac{F_{упр}}{S}$. Опыты показывают, что при сдвиге справедлив закон Гука, который в этом случае записывается как

$$\tau = G\gamma, \qquad (7)$$

где G –модуль поперечной упругости. Он, как и модуль продольной упругости $\boldsymbol{E}$, имеет размерность Н/мм^2. Если напряжения при сдвиге превосходят предел прочности материала, происходит разрушение, называемое **срезом**.

Модули упругости для различных видов деформации связаны между собой. Например, модуль упругости при сдвиге связан с модулем упругости при растяжении соотношением

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}, \qquad (7)$$

где μ - коэффициент Пуассона.

В данной работе модуль Юнга будет определяться в опыте по деформации изгиба. **Изгиб** – это деформация тела, сопровождающаяся изменением его кривизны под воздействием внешних сил, например как представлено на рис. 5. Деформацию изгиба испытывает, например, нагруженная балка. Изгиб испытывают балки перекрытий в зданиях, мостах. Деформация изгиба сводится к деформациям сжатия и растяжения, различным в разных частях тела.

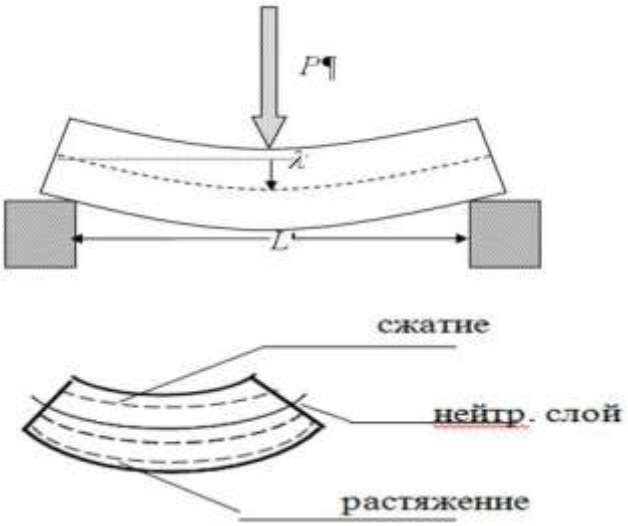


Рис.5. Изгиб балки

Количественно деформации изгиба определяются **стрелой прогиба λ.**

Из рисунка 5 видно, что при изгибе балки нижний слой подвергается растяжению, а верхний слой – сжатию. Нейтральным слоем называется средний слой, который при деформации изгиба не изменяет своей длины.

В теории упругости доказано, что для бруса с прямоугольным сечением при малых деформациях, т.е. когда справедлив закон Гука, стрела прогиба равна

$$\lambda = \frac{Fl^3}{4ab^3E}, \tag{8}$$

где $F=mg$ — сила, приложенная в середине бруса, l — начальная длина, a — ширина, b — толщина бруса (высота), E — модуль Юнга. Эта формула может быть использована для расчёта модуля Юнга

$$E = \frac{\Delta mgl^3}{4ab^3\Delta\lambda}., \tag{9}$$

где Δm – изменение массы груза, $\Delta\lambda$ – изменение стрелы прогиба.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Целью работы является:

- изучения теоретических основ теории деформации тел,
- измерение модуля Юнга при деформации изгиба балки

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Установка (рис. 6) состоит из основания с двумя стойками, на верхних концах которых имеются кольцевые стальные опорные призмы. На ребрах этих призм помещается испытуемая балка. В её середине закреплено кольцо, к которому подвешиваются грузы, массой по 100 г. Добавляя количество подвешенных грузов, увеличивают изгибающую силу, действующую на балку. Стрела прогиба измеряется индикатором, часового типа, который укреплен на специальной стойке. Большая шкала индикатора поворачивается при повороте корпуса прибора, что дает возможность установить нуль большой шкалы против большой стрелки индикатора. Малая шкала и малая стрелка служит для определения числа оборотов, совершаемых большой стрелкой индикатора. Цена деления индикатора равна 0,01 мм/дел. Для измерения модуля Юнга необходимо прибор настроить, т.е. добиться такого, чтобы величина стрелы прогиба изменялась пропорционально изменению величины изгибающей силы. Например, если одна гиря отклонит стрелку индикатора, например, на 20 делений, то две такие гири должны отклонять стрелку индикатора примерно на 40 деления, три гири – на 60 делений. Если же прибор не настроен, то пропорциональность между величиной стрелы прогиба и величиной изгибающей силы нарушится, а поэтому модуль Юнга будет определен не точно. Для настройки необходимо при помощи зажимного

винта закрепить индикатор на такой высоте, чтобы малая стрелка указывала деление «0» или около него. При дальнейшей настройке

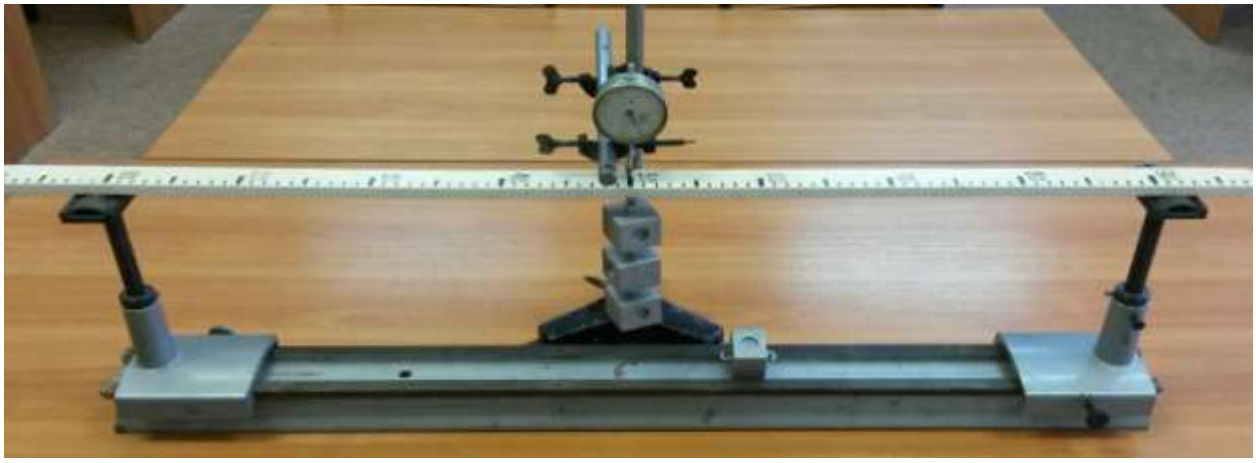


Рис. 6. Фотография лабораторной установки, на которой изучается деформация изгиба.

индикатора проверьте, какова зависимость величины стрелы прогиба от величины изгибающей силы. Для этого к кольцу балки необходимо цеплять последовательно грузы (один, два, три). Если между показаниями стрелки индикатора и весом гирь нет примерно линейной зависимости, то необходимо несколько поднять или опустить шпиндель индикатора. После этого снова проверьте зависимость между показаниями стрелки индикатора и весом грузов.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Масштабной линейкой измерьте расстояние L между кольцевыми опорными призмами.
2. Штангенциркулем измерьте толщину и ширину балки. Результаты запишите в протокол.
3. Брус на опорах расположите так, чтобы кольцо для подвешиваемых грузов было посередине.
4. Настройте прибор. Нужно повернуть корпус шкалы индикатора так, чтобы ноль оказался против стрелки (или около того). Записать в таблицу начальные показания индикатора.
6. Нагрузите подвес одной гирей (вес её 0,1 кг). Показания стрелки индикатора записать в табл. 1 (нагрузка).
7. Проделать подобные измерения при 2-х, 3-х и т.д. гирях на подвесе, занося значения в ту же колонку.
8. Затем балку нужно постепенно разгружать, снимая с нее по одному грузу. Показания стрелки индикатора занести в табл. 1 (разгрузка).

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

длина балки L = м,

ширина балки a = м, толщина балки b = м

стрела прогиба рассчитывается по формуле $\lambda_i = \frac{n_i - n_0 + k_i - k_0}{2}$, где i – число подвешенных грузов, n_i– показания индикатора при нагружении, k_i– показания индикатора при разгрузке.

Таблица 1. Результаты измерений.

Масса груза, m (кг)	Показания индикатора при нагрузке	Показания индикатора при разгрузке	Стрела прогиба λ	Модуль Юнга, (Н/мм^2)
0	n_0=	k_0=	λ_1= 0	
0,1	n_1=	k_1=	λ_1=	
0,2	n_2=	k_2=	λ_2=	
0,3	n_3=	k_3=	λ_3=	
0,4	n_4=	k_4= n_4	λ_4=	

1. На миллиметровой бумаге постройте график зависимости стрелы прогиба λ от массы подвешенного груза m. По графику зависимости определите по тангенсу наклона прямой отношение $\frac{\Delta m}{\Delta \lambda}$ и подставьте в формулу (9).

2. Вычисленный модуль Юнга E округлите до 3х значащих цифр и запишите в таблицу в экспоненциальной форме.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называется деформацией? Какие виды деформации существуют?
2. По какому признаку тела делятся на упругие и неупругие? Каковы особенности действия сил, возникающих внутри тел при упругих и пластических деформациях?
3. Какие основные виды деформации можно выделить, и что они собой представляют?
4. Каким условиям удовлетворяют упругие деформации?
5. Что называется усилием и напряжением?
6. Что такое абсолютная и относительная деформация?
7. Сформулируйте закон Гука для деформации одностороннего растяжения или сжатия.
8. Каков физический смысл модуля Юнга и в каких единицах он измеряется в СИ?
9. Что такое коэффициент Пуассона?

10. Что такое пределы пропорциональности, текучести и прочности?
11. Опишите деформацию сдвига. Какими параметрами она характеризуется?
12. Запишите закон Гука для деформации сдвига.
13. Какая связь существует между модулем Юнга и модулем упругости при сдвиге?
14. Что такое изгиб, каким параметром он характеризуется, через какие элементарные деформации он выражается?
15. Запишите формулу связывающую модуль Юнга со стрелой прогиба.