

МАТЕМАТИКА ДЛЯ СТУДЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Р. Б. Салимов



www.e.lanbook.com



**ЭБС
ЛАНЬ**

Салимов Р. Б.

С 16 Математика для студентов строительных и технических специальностей: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2018. — 364 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-3059-8

Книга содержит все основные разделы курса математики, изучаемого студентами вузов в объеме примерно 200 часов аудиторных занятий: элементы аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциальное и интегральное исчисления, элементы теории вероятностей и математической статистики.

Предназначена для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки, входящих в УГС: «Техника и технологии строительства», «Физико-технические науки и технологии», «Технологии материалов» и других технологических и родственных специальностей. Пособие так же будет полезно для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов, специализирующихся в области математики и ее приложений.

ББК 22.1я73

Рецензенты:

Ф. Г. АХМАДИЕВ — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики Казанского государственного архитектурно-строительного университета, член-корреспондент АНРТ;

И. Н. СИДОРОВ — доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой теоретической и прикладной механики и математики Казанского национального исследовательского технического университета им. А. Н. Туполева.

Обложка
Е. А. ВЛАСОВА

© Издательство «Лань», 2018
© Р. Б. Салимов, 2018
© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2018

Предисловие	10
Глава 1. ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ	11
§ 1. Действительные числа, числовая ось, определители второго и третьего порядков.....	11
§ 2. Декартовы координаты. Полярные координаты.....	13
§ 3. Векторы, линейные операции над ними.....	14
§ 4. Проекция вектора на ось.....	16
§ 5. Разложение вектора по базисным векторам.....	17
§ 6. Линейные операции над векторами, заданными своими проекциями....	19
§ 7. Длина вектора. Расстояние между двумя точками.....	19
§ 8. Направляющие косинусы вектора.....	20
§ 9. Скалярное произведение векторов, угол между векторами. Условие ортогональности двух векторов.....	21
§ 10. Векторное произведение, условие коллинеарности двух векторов, площадь треугольника.....	22
§ 11. Смешанное произведение векторов и его геометрический смысл. Условие компланарности трех векторов.....	26
Глава 2. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ	29
§ 1. Уравнение поверхности и уравнения линии в пространстве.....	29
§ 2. Плоскость, общее уравнение плоскости.....	30
§ 3. Угол между двумя плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.....	32
§ 4. Расстояние от точки до плоскости в пространстве.....	32
§ 5. Прямая в пространстве и ее уравнения.....	34
§ 6. Канонические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через две заданные точки.....	35
§ 7. Угол между двумя прямыми, условия параллельности и перпендикулярности.....	36
§ 8. Уравнение линии на плоскости.....	36
§ 9. Общее уравнение прямой на плоскости, угол между прямыми.....	37
§ 10. Уравнение прямой с угловым коэффициентом, условия параллельности и перпендикулярности прямых.....	39
§ 11. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку с заданным угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.....	40
§ 12. Кривые второго порядка. Окружность.....	40
§ 13. Эллипс.....	41
§ 14. Гипербола.....	43
§ 15. Парабола.....	45
§ 16. Преобразование координат на плоскости.....	46
§ 17. Понятие о многомерном евклидовом пространстве.....	49
§ 18. Поверхности второго порядка. Сфера. Цилиндр.....	51

§ 19. Эллипсоид.....	53
§ 20. Конус.....	54
§ 21. Однополостный и двуполостный гиперболоиды.....	55
§ 22. Эллиптический и гиперболический параболоиды.....	57
Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ.....	59
§ 1. Определители высших порядков.....	59
§ 2. Свойства определителей.....	60
§ 3. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.....	61
§ 4. Системы n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Матричный метод решения.....	64
§ 5. Формулы Крамера.....	65
§ 6. Общая система линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.....	67
§ 7. Ранг матрицы. Теорема Кронекеля – Капелли.....	69
§ 8. Однородные системы.....	70
Глава 4. ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ.....	72
§ 1. Обозначения, переменные, интервалы.....	72
§ 2. Свойства абсолютной величины числа.....	73
§ 3. Функции, способы задания.....	73
§ 4. Предел функции при $x \rightarrow +\infty$ и его геометрический смысл.....	75
§ 5. Предел функции при $x \rightarrow x_0$ и его геометрический смысл. Односторонние пределы.....	77
§ 6. Теоремы о пределах. Ограниченные функции.....	78
§ 7. Бесконечно малые функции и их свойства.....	79
§ 8. Бесконечно большая функция, ее связь с бесконечно малой.....	81
§ 9. Свойства пределов.....	82
§ 10. Переход к пределу в неравенствах.....	84
§ 11. Первый замечательный предел.....	85
§ 12. Предел последовательности. Второй замечательный предел. Натуральные логарифмы.....	86
§ 13. Сравнение бесконечно малых функций.....	87
§ 14. Непрерывность функции в точке и на интервале.....	88
§ 15. Свойства непрерывных функций.....	90
§ 16. Точки разрыва функции.....	91
Глава 5. ПРОИЗВОДНЫЕ ФУНКЦИИ ОДНОГО ПЕРЕМЕННОГО.....	93
§ 1. Задача об определении скорости.....	93
§ 2. Определение, механический и геометрический смыслы производной.....	93
§ 3. Касательная и нормаль к кривой. Существование производной.....	95
§ 4. Дифференцируемость функций.....	97
§ 5. Производная постоянной. Правила дифференцирования.....	98
§ 6. Производные тригонометрических и логарифмической функций.....	99
§ 7. Производная сложной функции.....	100
§ 8. Производные степенной и показательной функций. Логарифмическое дифференцирование.....	102
§ 9. Неявная функция и ее производная.....	103
§ 10. Обратная функция и ее производная.....	103

§ 11. Производные обратных тригонометрических функций.....	105
§ 12. Функция, заданная параметрически, и ее дифференцирование.....	106
§ 13. Дифференциал функции и его применение в приближенных вычислениях.....	108
§ 14. Производные и дифференциалы высших порядков.....	110
Глава 6. ФУНКЦИИ, НЕПРЕРЫВНЫЕ В ЗАМКНУТОМ ИНТЕРВАЛЕ. ПРАВИЛО ЛОПИТАЛЯ.....	112
§ 1. Свойства функций, непрерывных в замкнутом интервале.....	112
§ 2. Теоремы Ферма и Ролля.....	114
§ 3. Теоремы Коши и Лагранжа.....	116
§ 4. Правило Лопиталья.....	117
§ 5. Раскрытие неопределенностей.....	120
Глава 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ФУНКЦИИ ОДНОГО ПЕРЕМЕННОГО.....	122
§ 1. Возрастание и убывание функции.....	122
§ 2. Точки экстремума функции. Необходимый признак экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутом интервале.....	123
§ 3. Достаточные признаки экстремума функции.....	126
§ 4. Выпуклость линии. Точки перегиба кривой.....	129
§ 5. Асимптоты кривой.....	132
§ 6. Общая схема исследования функций и построения графиков.....	135
Глава 8. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ.....	137
§ 1. Производная длины дуги кривой.....	137
§ 2. Кривизна кривой на плоскости.....	139
§ 3. Радиус, центр и круг кривизны кривой на плоскости.....	141
§ 4. Параметрические и векторные уравнения линии в пространстве.....	142
§ 5. Предел и производная векторной функции скалярного аргумента.....	144
§ 6. Уравнения касательной прямой и нормальной плоскости для пространственной кривой.....	147
Глава 9. ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	148
§ 1. Функции двух переменных и способы их задания.....	148
§ 2. Геометрическое представление функции двух переменных.....	150
§ 3. Функции трех и большего числа переменных. Частное и полное приращения функции.....	151
§ 4. Предел функции.....	152
§ 5. Непрерывность, точки и линии разрыва функций.....	153
§ 6. Свойства функций, непрерывных в конечной (ограниченной) замкнутой области.....	155
§ 7. Частные производные.....	156
§ 8. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.....	157
§ 9. Полный дифференциал.....	158
§ 10. Применение полного дифференциала функции в приближенных вычислениях.....	160
§ 11. Производная сложной функции.....	161

§ 12. Дифференцирование функций, заданных неявно.....	163
§ 13. Частные производные высших порядков.....	164
§ 14. Экстремумы и необходимые признаки экстремума функции двух переменных.....	165
§ 15. Достаточный признак экстремума. Схема исследования на экстремум функции двух переменных.....	167
§ 16. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных в замкнутой области.....	169
§ 17. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.....	170
§ 18. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.....	172
§ 19. Производная по направлению.....	173
§ 20. Градиент функции и его связь с производной по направлению.....	175
Глава 10. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА.....	178
§ 1. Комплексные числа и действия над ними.....	178
§ 2. Геометрическое изображение и тригонометрическая форма комплексного числа.....	179
§ 3. Возведение комплексного числа в степень и извлечение корня из комплексного числа.....	181
Глава 11. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ.....	182
§ 1. Определение первообразной и неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.....	182
§ 2. Свойства неопределенного интеграла.....	183
§ 3. Замена переменной в неопределенном интеграле.....	185
§ 4. Интегрирование по частям.....	186
§ 5. Интегрирование простейших рациональных дробей.....	187
§ 6. Разложение многочлена на множители.....	189
§ 7. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие дроби.....	190
§ 8. Интегрирование рациональных дробей.....	193
§ 9. Интегрирование простейших иррациональных функций.....	194
§ 10. Интегрирование тригонометрических функций.....	194
§ 11. Интегрирование иррациональных функций с помощью тригонометрических замен.....	196
Глава 12. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ.....	198
§ 1. Площадь криволинейной трапеции.....	198
§ 2. Определение и геометрический смысл определенного интеграла.....	199
§ 3. Свойства определенного интеграла.....	201
§ 4. Производная от определенного интеграла по верхнему переменному пределу. Формула Ньютона – Лейбница.....	204
§ 5. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.....	207
§ 6. Применение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур.....	209
§ 7. Площадь криволинейного сектора.....	213
§ 8. Вычисление длины дуги кривой.....	214

§ 9. Вычисление объема тела по известным площадям параллельных сечений. Объем тела вращения.....	217
§ 10. Приближенное вычисление определенного интеграла методом трапеций.....	219
Глава 13. КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ.....	221
§ 1. Объем цилиндрического тела.....	221
§ 2. Двойной интеграл и его геометрический смысл.....	222
§ 3. Тройной интеграл и его механический смысл. Теорема существования кратных интегралов.....	223
§ 4. Свойства двойного (тройного) интеграла.....	225
§ 5. Вычисление двойного интеграла.....	226
§ 6. Замена переменных в двойном интеграле.....	229
§ 7. Переход в двойном интеграле к полярным координатам.....	231
§ 8. Вычисление площади поверхности с помощью двойного интеграла.....	234
§ 9. Вычисление объемов с помощью двойных интегралов.....	237
§ 10. Вычисление тройного интеграла.....	238
Глава 14. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ.....	245
§ 1. Криволинейные интегралы по координатам и их вычисление.....	245
§ 2. Применение криволинейных интегралов к вычислению работы.....	249
§ 3. Формула Грина. Связь между двойным интегралом и криволинейным интегралом по координатам.....	251
§ 4. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.....	253
§ 5. Применение кратных интегралов к вычислению координат центра тяжести тел.....	256
Глава 15. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.....	258
§ 1. Общие понятия о дифференциальных уравнениях.....	258
§ 2. Дифференциальные уравнения первого порядка.....	259
§ 3. Геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка.....	261
§ 4. Приближенное решение дифференциального уравнения первого порядка.....	262
§ 5. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.....	263
§ 6. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.....	265
§ 7. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.....	266
§ 8. Дифференциальные уравнения высших порядков.....	267
§ 9. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.....	269
§ 10. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков и свойства их решений.....	270
§ 11. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.....	273
§ 12. Линейное однородное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами.....	276

§ 13. Линейные неоднородные уравнения второго порядка.....	278
§ 14. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения второго порядка.....	280
§ 15. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка.....	282
§ 16. Об одном методе решения системы дифференциальных уравнений первого порядка.....	283
Глава 16. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ.....	287
§ 1. Сходимость и сумма ряда.....	287
§ 2. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости.....	288
§ 3. Признаки сравнения рядов.....	290
§ 4. Признак Даламбера.....	291
§ 5. Радикальный и интегральный признаки Коши.....	292
§ 6. Знакопередающиеся ряды.....	295
§ 7. Знакопеременные ряды.....	296
Глава 17. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ.....	298
§ 1. Теорема Абеля.....	298
§ 2. Радиус сходимости степенного ряда.....	299
§ 3. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.....	301
§ 4. Ряды со степенями $x - x_0$	301
§ 5. Формула Тейлора.....	302
§ 6. Ряды Тейлора и Маклорена.....	303
§ 7. Разложение некоторых функций в ряд Маклорена.....	305
§ 8. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.....	307
§ 9. Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов....	309
Глава 18. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ЧАСТЬ 1.	
СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ.....	311
§ 1. Статистическое и классическое определения вероятности случайного события. Геометрическая вероятность.....	311
§ 2. Вероятность суммы несовместных событий.....	314
§ 3. Противоположные и совместные события. Вероятность произведения независимых событий.....	315
§ 4. Вероятность суммы совместных событий. Зависимые события. Условная вероятность.....	316
§ 5. Формула полной вероятности.....	319
§ 6. Вероятность гипотез. Формула Байеса.....	320
§ 7. Повторные испытания. Формула Бернулли.....	321
Глава 19. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ЧАСТЬ 2.	
СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.....	324
§ 1. Дискретная случайная величина. Закон распределения.....	324
§ 2. Непрерывная случайная величина. Функция распределения.....	325
§ 3. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.....	327
§ 4. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.....	328
§ 5. Нормальный закон распределения.....	329

§ 6. Числовые характеристики дискретной случайной величины.....	331
§ 7. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.....	334
§ 8. Неравенство Чебышева.....	336
§ 9. Теорема Чебышева.....	337
§ 10. Теорема Бернулли, центральная предельная теорема Ляпунова.....	339
Глава 20. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.....	341
§ 1. Простой статистический ряд. Статистическая функция распределения. Статистический ряд. Гистограмма.....	341
§ 2. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии непрерывной случайной величины.....	347
§ 3. Интервальная оценка математического ожидания непрерывной случайной величины.....	349
§ 4. О сходимости по вероятности статистического среднего и статистической дисперсии. Состоятельные, несмещенные и эффективные оценки.....	352
§ 5. Проверка статистических гипотез.....	353
Приложение 1. Значения функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-t^2/2) dt$.....	358
Приложение 2. Критические точки распределения χ^2.....	360
ЛИТЕРАТУРА.....	361

Книга рассчитана на студентов бакалавриата вузов, обучающихся на строительных, технологических и других родственных специальностях и изучающих курс математики в объёме примерно 200 часов аудиторных занятий с разбивкой последних поровну на лекционные и практические. В отличие от ряда учебников по математике, широко используемых во вузах, в которых математика изучается в вышеуказанном объёме (например, учебников Н. С. Пискунова «Дифференциальное и интегральное исчисления», А. Ф. Берманта, И. Г. Арамаювича «Краткий курс математического анализа»), данная книга содержит все основные разделы математики, изучаемые студентами названных специальностей: элементы аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциальное и интегральное исчисления, элементы теории вероятности и математической статистики.

Изложение материала в книге ведётся на достаточно высоком уровне математической строгости; за редким исключением, когда используются нестрогие методы доказательства, основанные на геометрическом истолковании рассматриваемых понятий. В то же время в рассуждениях и при проведении доказательств авторы стремились избежать излишне частого использования математических символов вместо слов, которое могло бы затруднить восприятие материала студентами. В отдельных случаях доказательства теорем и выводы формул предлагается учащимся провести самостоятельно и даются подробные указания, как это сделать.

В книге не нашли отражение численные методы математики в связи с тем, что эти методы стали излагаться в таких дисциплинах, как «Численные методы» и «Информатика», предусмотренных учебными планами вузов.

Многолетний опыт преподавания авторами курса математики во вузе показывает, что принятое в книге изложение обеспечивает доступность материала и добросовестные дисциплинированные студенты хорошо воспринимают такое изложение.

§ 1. Действительные числа, числовая ось, определители второго и третьего порядков

Одним из основных понятий в математике является понятие числа. Оно возникло в глубокой древности в результате счёта и измерений и совершенствовалось. Числа бывают рациональные и иррациональные.

Рациональное – это число, которое можно представить в виде отношения p/q двух целых чисел p и q . Известно, что рациональное число можно представить в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби.

Иррациональным называется число, которое нельзя представить в виде отношения двух целых чисел. Примерами иррациональных чисел являются $\sqrt{2}, \sqrt{3}$.

Совокупность всех рациональных и иррациональных чисел образует множество *действительных (вещественных) чисел*.

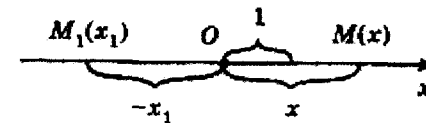


Рис. 1

Числовая ось – это прямая, на которой выбраны: точка O – начальная точка отсчёта, положительное направление (на рис. 1 оно указано \rightarrow), масштаб для измерения длины. На рис. 1 ось проведена горизонтально, положительное направление выбрано вправо.

Действительные числа можно изображать точками числовой оси. Если число x положительное, то его изображают точкой M , для которой расстояние от начала O равно $OM = x$, а направление от точки O до точки M совпадает с положительным направлением оси; если число x_1 отрицательное, то его изображают точкой M_1 для которой расстояние от начала O равно $OM_1 = -x_1$, а направление от точки O до точки M_1 противоположно положительному направлению оси. Число x называют *координатой точки M* на оси Ox и $M(x)$, x_1 – координат точки M_1 и $M_1(x_1)$. Числовую ось обозначают Ox и называют *координатной или осью координат*.

Без обоснования: между всеми действительными числами и всеми точками числовой оси существует взаимно однозначное соответствие: каждому числу x отвечает определённая точка M числовой оси и, наоборот, каждой точке M числовой оси отвечает определённое действительное число, которое изображается этой точкой. В дальнейшем вместо точка M с координатой x будем говорить точка x и число x будем писать рядом с точкой M .

Абсолютной величиной (модулем) числа x называется число, обозначаемое $|x|$ и равное

$$|x| = \begin{cases} x & \text{при } x \geq 0, \\ -x & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Расих Бахтигареевич САЛИМОВ
МАТЕМАТИКА ДЛЯ СТУДЕНТОВ
СТРОИТЕЛЬНЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
Учебное пособие

Зав. редакции
естественнонаучной литературы *М. В. Рудкевич*
Ответственный редактор *С. В. Макаров*
Корректор *Т. А. Кошелева*
Выпускающие *В. А. Иутин*

ЛР № 065466 от 21.10.97
Гигиенический сертификат 78.01.10.953.П.1028
от 14.04.2016 г., выдан ЦГСЭН в СПб
Издательство «ЛАНЬ»
lan@lanbook.ru; www.lanbook.com
196105, Санкт-Петербург, пр. Юрия Гагарина, д.1, лит. А.
Тел.: (812) 336-25-09, 412-92-72.
Бесплатный звонок по России: 8-800-700-40-71

Подписано в печать 24.05.18.
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 70×100^{1/16}.
Печать офсетная. Усл. п. л. 29,90. Тираж 100 экз.
Заказ № 353-18.
Отпечатано в полном соответствии
с качеством предоставленного оригинал-макета
в АО «Т8 Издательские технологии»
109316, г. Москва, Волгоградский пр., д. 42, к. 5.

ГДЕ КУПИТЬ

ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИЙ:

Для того, чтобы заказать необходимые Вам книги,
достаточно обратиться в любую из торговых компаний
Издательского Дома «ЛАНЬ»:

по России и зарубежью

«ЛАНЬ-ТРЕЙД»

РФ, 196105, Санкт-Петербург, пр. Ю. Гагарина, 1

тел.: (812) 412-85-78, 412-14-45, 412-85-82

тел./факс: (812) 412-54-93

e-mail: trade@lanbook.ru

ICQ: 446-869-967

www.lanbook.com

пункт меню «Где купить»

раздел «Прайс-листы, каталоги»

в Москве и в Московской области

«ЛАНЬ-ПРЕСС»

109387, Москва, ул. Летняя, д. 6

тел.: (499) 178-65-85, 722-72-30

e-mail: lanpress@lanbook.ru

в Краснодаре и в Краснодарском крае

«ЛАНЬ-ЮГ»

350901, Краснодар, ул. Жлобы, д. 1/1

тел.: (861) 274-10-35

e-mail: lankrd98@mail.ru

ДЛЯ РОЗНИЧНЫХ ПОКУПАТЕЛЕЙ:

интернет-магазин

Издательство «Лань»: <http://www.lanbook.com>

магазин электронных книг

Global F5

<http://globalf5.com/>