Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Казанский государственный архитектурно-строительный университет»
(ФГБОУ ВО «КГАСУ»)

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по НИР
_________________ Е.А. Вдовин
«__25__»____04______2018 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Направление подготовки
01.06.01 МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА
код и наименование направления подготовки

Направленность (профиль)
«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»
код и наименование направления подготовки

Уровень высшего образования
подготовка кадров высшей квалификации

Квалификация выпускника:
«Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Форма обучения
очная, заочная

Год набора 2014

Кафедра
«Высшая математика»

г. Казань – 2018 г.

Программа вступительного экзамена разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Министерством образования и науки Российской Федерации от «30» июля 2014г. № 866.

Разработал:
Профессор кафедры
«Высшая математика»
д-р физ.-мат. наук, доцент Шабалин П.Л

Рассмотрена и одобрена на заседании
кафедры *«Высшая математика»*
«25» 09 2018г.
Протокол № 1
Заведующий кафедрой
/_____________/ Туктамышов Н.К. /

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии
Института Транспортных сооружений
«25» 09 2018г.
Протокол № 30
/_____________/ Смирнов Д.С./

Руководитель ОПОП

/_____________/ Шабалин П.Л. /

При поступлении в вуз для обучения по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре поступающие сдают экзамен по специальности, соответствующую направленности (профилю) программы подготовки научно-педагогических кадров, в виде устного экзамена.

1. ВОПРОСЫ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

1. Теорема Кантора-Бернштейна. Мощность множества. Сравнение мощностей.
2. Топологические пространства; свойства замкнутых множеств; непрерывные отображения. Метрические пространства, топология в них. Пространства R, lp, C[a,b]. Метрика в нормированных пространствах.
3. Полные метрические пространства; примеры R, lp, C[a,b]. Теорема о вложенных шарах и теорема Бэра. Пополнение по метрике.
4. Принцип сжимающих отображений. Теорема существования и единственности для дифференциального уравнения первого порядка. Принцип сжимающих отображений и решения интегральных уравнений.
5. Компактные топологические пространства и непрерывные отображения в них. Теорема Кантора.
6. Выпуклые множества и функционал Минковского. Теорема Хана-Банаха и отделимость выпуклых множеств.
7. Евклидовы пространства и сепарабельные евклидовы пространства. Теорема об ортогонализации. Неравенства Бесселя; теорема Рисса-Фишера. Превращение нормированного пространства в евклидово.
8. Сопряженное пространство и его полнота. Второе сопряженное пространство.
9. Слабая сходимость в нормированных пространства. Слабая сходимость в сопряженном пространстве.
10. Ограниченные линейные операторы; их нормы; сумма и произведение ограниченных линейных операторов. Теорема об обратном к линейному ограниченному оператору. Дифференцирование в линейных нормированных пространствах.
11. Мера Лебега. Общее понятие меры; продолжение меры на кольцо. Лебегово продолжение меры (в случае полукольца с единицей).
12. Измеримые функции и их действия над ними. Пределы измеримых функций. Теорема Егорова. Интеграл Лебега; его полная аддитивность и абсолютная непрерывность. Переход к пределу под знаком интеграла Лебега.
13. Понятие аналитической функции. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля аналитической функции. Лемма Шварца.
14. Разложение аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана. Теоремы единственности. Нули аналитических функций. Изолированные особые точки однозначного характера. Вычеты, теорема Коши о вычетах. Принцип аргумента. Теорема Руше. Практические приложения теории вычетов.
15. Целые функции. Рост целой функции, порядок и тип. Теорема Фрагмена-Линделёфа.
16. Конформное отображение. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями: линейной, степенной, радикалом, показательной, логарифмической.
17. Принцип аналитического продолжения. Полная аналитическая функция в смысле Вейерштрасса. Распространение функции действительного переменного на комплексную область по принципу аналитического продолжения.
18. Конформные отображения односвязных областей. Теорема Римана. Соответствие границ при конформном отображении.

19. Функция Грина и задача Дирихле. Решение задачи Дирихле для круга. Интеграл Пуассона.

20. Интеграл типа Коши. Предельные значения интеграла типа Коши. Формулы Сохоцкого.

21.Краевая задача Римана для односвязной области. Краевая задача Гильберта теории аналитических функций.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

Таблица 2.1.

Список основной литературы

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа, М.: Наука. 1965.	2
2	Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т. I и II, М.: Наука, 1967-1968.	3
3	Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968. – 511 с.	2
4	Шилов Г.Е. Математический анализ функции одного переменного. М.: Наука, 1969	2
5	Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М..: Наука, 1976 (1989).	3
6	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Наука, 1977(1981)	3
7	Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 2000.	2
8	Лаврентьев И.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Лань. 2002. – 749 с.	2

Таблица 2.2.

Список дополнительной литературы

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977. -- 640 с.	3
2	Никольский С.М. Курс математического анализа, т. 2. – М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2001. – 592 с.	1
3	Босс В. Лекции по математике, Том 5, Функциональный анализ. М.: Издательство: КомКнига 2005. – с. 220	1
4	Салимов Р.Б., Шабалин П.Л. Краевая задача Гильберта теории аналитических функций и ее приложения. Казань: Изд-во Казанск. мат. о-ва. 2005 – 297 с.	2

3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Оценка результатов проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

Таблица 3.1.

Критерии оценки

Оценка	Критерии
«отлично»	Даны полные и правильные ответы на все вопросы. Поступающий четко и ясно излагает свои мысли, приводит примеры и отвечает на все дополнительные вопросы.
«хорошо»	Даны полные ответы на все вопросы. Поступающий четко и ясно излагает свои мысли, приводит примеры и отвечает также на большинство дополнительные вопросы.
«удовлетворительно»	Даны полные ответы не на все вопросы. Поступающий правильно излагает свои мысли и отвечает также на большинство дополнительные вопросы.
«неудовлетворительно»	Не дано ответов на большинство вопросов, имеются грубые ошибки или даны неполные ответы. Поступающий не четко выражает свои мысли, не приводит примеров.