

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ



УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по НИД

Е.А. Вдовин

2023 г.

ПРОГРАММА ВСУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
для поступающих по программам подготовки научных и научно-педагогических
кадров в аспирантуре

1.1 МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

шифр и наименование группы научных специальностей

1.1.1 ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ
АНАЛИЗ

шифр и наименование научной специальности

Форма обучения

очная

Год набора 2023

Кафедра «Высшая математика»

г. Казань – 2023 г.

При поступлении в вуз для обучения по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре поступающие сдают экзамен по специальности, соответствующую научной специальности программы подготовки научных и научно-педагогических кадров, в виде устного экзамена.

1. ВОПРОСЫ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

1. Теорема Кантора-Бернштейна. Мощность множества. Сравнение мощностей.
2. Топологические пространства; свойства замкнутых множеств; непрерывные отображения. Метрические пространства, топология в них. Пространства R , l_p , $C[a,b]$. Метрика в нормированных пространствах.
3. Полные метрические пространства; примеры R , l_p , $C[a,b]$. Теорема о вложенных шарах и теорема Бэра. Пополнение по метрике.
4. Принцип сжимающих отображений. Теорема существования и единственности для дифференциального уравнения первого порядка. Принцип сжимающих отображений и решения интегральных уравнений.
5. Компактные топологические пространства и непрерывные отображения в них. Теорема Кантора.
6. Выпуклые множества и функционал Минковского. Теорема Хана-Банаха и отделимость выпуклых множеств.
7. Евклидовы пространства и сепарабельные евклидовы пространства. Теорема об ортогонализации. Неравенства Бесселя; теорема Рисса-Фишера. Превращение нормированного пространства в евклидово.
8. Сопряженное пространство и его полнота. Второе сопряженное пространство.
9. Слабая сходимость в нормированных пространствах. Слабая сходимость в сопряженном пространстве.
10. Ограниченные линейные операторы; их нормы; сумма и произведение ограниченных линейных операторов. Теорема об обратном к линейному ограниченному оператору. Дифференцирование в линейных нормированных пространствах.
11. Мера Лебега. Общее понятие меры; продолжение меры на кольцо. Лебегово продолжение меры (в случае полукольца с единицей).
12. Измеримые функции и их действия над ними. Пределы измеримых функций. Теорема Егорова. Интеграл Лебега; его полная аддитивность и абсолютная непрерывность. Переход к пределу под знаком интеграла Лебега.
13. Понятие аналитической функции. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля аналитической функции. Лемма Шварца.
14. Разложение аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана. Теоремы единственности. Нули аналитических функций. Изолированные особые точки однозначного характера. Вычеты, теорема Коши о вычетах. Принцип аргумента. Теорема Руше. Практические приложения теории вычетов.
15. Целые функции. Рост целой функции, порядок и тип. Теорема Фрагмена-Линделёфа.
16. Конформное отображение. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями: линейной, степенной, радикалом, показательной, логарифмической.
17. Принцип аналитического продолжения. Полная аналитическая функция в смысле Вейерштрасса. Распространение функции действительного переменного на комплексную область по принципу аналитического продолжения.
18. Конформные отображения односвязных областей. Теорема Римана. Соответствие границ при конформном отображении.